

**NGHIÊN CỨU GIA CƯỜNG NỀN ĐẤT YẾU DƯỚI CÁT SAN LẤP
BẰNG CỌC NGẮN SỬ DỤNG VẬT LIỆU TƯƠNG TỰ
SCHNEEBELI TRÊN MÔ HÌNH THU NHỎ**

**STUDY ON THE BEHAVIOR OF SHORT PILE GROUPS ON
SOFT SOIL WITH SAND LEVELING USING A SMALL-SCALE
PHYSICAL MODEL WITH SCHNEEBELI ANALOG MATERIAL**

Nguyễn Sỹ Hùng¹, Trần Thị Phương Huyền²

¹ Khoa Xây dựng - trường Đại học Sư phạm kỹ thuật Tp. Hồ Chí Minh

² Khoa Kỹ thuật Xây dựng Trường Đại học Sư phạm kỹ thuật Đà Nẵng - Đại học Bách khoa Đà Nẵng

Email: ¹ sihung.nguyen@hcmute.edu.vn, ² tphuyen@ute.udn.vn

DOI: <https://doi.org/10.59382/pro.intl.con-ibst.2023.ses3-12>

TÓM TẮT: Bài báo này trình bày nghiên cứu về ứng xử và hiệu quả của nhóm cọc ngắn trên nền đất yếu có cát san lấp dùng mô hình thu nhỏ 2D. Địa chất được xét đến bao gồm một lớp đất yếu dày, bên trên là lớp cát san lấp dày từ 2 - 5m, rất phổ biến ở đồng bằng sông Cửu Long. Phương án sử dụng cọc nhỏ (tiết diện nhỏ hơn 30×30 cm) và ngắn (chiều dài ngắn hơn 5m) đóng trong lớp đất cát có thể áp dụng cho nhà thấp tầng. Trong mô hình 2D đất cát được thay thế bằng vật liệu tương tự Schneebeli, trong khi đất sét yếu được mô hình bằng xốp EPS. Các cọc bê tông cốt thép ngắn được thay thế bằng các thanh thép có tiết diện vuông. Thí nghiệm gia tải thẳng đứng được thực hiện trên các nhóm cọc. Các thông số thí nghiệm được thay đổi bao gồm khoảng cách cọc khoảng cách từ mũi cọc đến ranh giới hai lớp đất H, trong khi bề dày các lớp đất không đổi. Trong trường hợp nhóm cọc không có đài móng, khi khoảng cách cọc s không đổi và khoảng cách từ mũi cọc đến ranh giới hai lớp đất H giảm thì diện tích đất bị biến dạng dưới mũi cọc giảm. Trong trường hợp H cố định và s tăng thì sự phá hoại của đất dưới mũi cọc ngày càng trở nên cục bộ. Khi nhóm cọc có đài móng, sức chịu tải của nhóm cọc tăng lên, tuy nhiên biến dạng thẳng đứng của lớp xốp cũng tăng lên theo cả phương thẳng đứng và phương ngang. Trong mọi trường hợp, khả năng chịu tải của đất gia cường bằng cọc ngắn tăng lên đáng kể từ 2,3 đến 3,5 lần so với sức chịu tải đất trước gia cường.

KEYWORDS: Schneebeli soil analog, pile group, vertical loading test, sand leveling, soft soil.

ABSTRACT: This paper examines the effectiveness of short piles on soft ground with leveling sand, using a 2D small model. The study focuses on the geology of the Mekong Delta, which consists of a thick layer of soft soil and a layer of leveling sand with a thickness of 2-5m. The use of small and short piles (less than 30×30 cm and 5m or less) is a viable option for low-rise buildings in such conditions. The model replaces the sandy soil with a Schneebeli analog material and the weak clay with EPS foam, while short reinforced concrete piles are replaced by steel bars of the square cross-section. The vertical load tests were conducted on groups of piles, with variable parameters such as pile spacing, s, and the distance from the pile tip to the boundary of two soil layers, H. The results show that when the pile spacing, s, is constant and the distance from the pile tip to the boundary of two soil layers, H, decreases, as well as the deformed soil area under the pile tip. Conversely, when the pile spacing, s, increases, the failure of the soil under the pile tip becomes more localized. The use of a footing increases the bearing capacity of the pile group but also increases the vertical strain of the foam layer in both vertical and horizontal directions. Overall, the study shows that reinforcing soil with short piles significantly improves bearing capacity, increasing it by 2.3 to 3.5 times compared to unreinforced soil.

KEYWORDS: Schneebeli soil analog, pile group, vertical loading test, sand leveling, weak soil.

1. MỞ ĐẦU

1.1. Đất yếu có cát san lấp và các phương án gia cường

Ở khu vực đồng bằng sông Cửu Long, lớp đất mặt thường rất yếu, chiều dày có thể đến 15 m, thậm chí trên 30 m [1]; điều kiện xây dựng phức tạp, tốn kém. Các phương án gia cường đất yếu có thể áp dụng bao gồm cọc cừ tràm; cọc xi măng đất, hút chân không; gia tải trước có bậc thềm; hoặc sử dụng móng cọc thông thường. Trừ phương án cọc cừ tràm, các phương án còn lại đều yêu cầu các phương tiện máy móc thi công khá phức tạp, mặt bằng thi công rộng rãi.

Trong trường hợp đất yếu có cát lấp, có thể gây thêm vấn đề cho nền móng. Lớp cát sẽ đóng vai trò là một dạng tải trọng và là biên thoát nước, làm cho lớp đất yếu bên dưới cố kết. Độ lún của khu vực cát san lấp sau hai năm đầu có thể đạt từ vài chục cm đến hơn 100 cm tùy theo độ dày của vật liệu san lấp. Sự cố kết của đất yếu có thể làm cho móng nông bị lún hoặc gây ma sát âm cho móng cọc [2]. Tuy nhiên, nếu nền đã được san lấp lâu ngày và độ lún cố kết còn lại không đáng kể thì lớp cát san lấp sẽ trở thành lớp rắn chắc để có thể đặt móng.

1.1.1. Phương án sử dụng cọc ngắn

Dạng móng sử dụng cọc, cọc ngắn như một yếu tố giảm lún làm việc cùng với đài móng thường gọi là móng giảm lún được nghiên cứu và sử dụng khá nhiều trên thế giới [3]. Sức chịu tải của dạng móng này được cấu thành từ hai thành phần, bao gồm sức chịu tải của các cọc và sức chịu tải phần đất dưới đài móng. Ngoài ra, sức chịu tải còn chịu ảnh hưởng của sự tương tác giữa các cọc, cọc – đài, và tính chất của đất [4]. Khi chịu tải thẳng đứng, đất dưới đài móng bị ép chặt. Áp lực đất lên thành cọc tăng, ma sát cọc – đất tăng, do đó làm gia tăng sức chịu tải cọc [5]. Cọc giảm lún có thể liên kết với đài hoặc nằm cách đài một khoảng ngắn [3, 6].

Gần đây, ở đồng bằng sông Cửu Long, cọc ngắn đường kính từ 200 đến 250 mm, dài từ 2 đến 4 mét cắm vào lớp cát san lấp đã được sử dụng làm giải pháp móng cho nhà thấp tầng. Tuy nhiên, có rất ít nghiên cứu về giải pháp này. Câu hỏi đặt ra là khoảng cách giữa các cọc trong nhóm cọc và khoảng cách từ mũi cọc đến lớp đất yếu có ảnh hưởng như thế nào đến lớp đất yếu; ứng xử của nhóm cọc đài cao và nhóm cọc có đài thấp (bè cọc) khác nhau như thế nào?

Trong thực tế, việc không kiểm soát được ứng xử của nhóm móng cọc có thể dẫn đến nhiều trường

hợp hư hỏng hoặc lún quá mức, mặc dù các thử nghiệm tải trọng trên một cọc đơn lẻ cho kết quả sức chịu tải đạt yêu cầu. Một trường hợp điển hình của sự cố nền móng là khi cọc đơn được đóng vào một lớp đất chặt hoặc cứng phía trên một lớp đất sét mềm yếu. Lớp đất yếu không chịu ứng suất ở mức độ đáng kể khi cọc đơn chịu tải, nhưng khi tải trọng từ kết cấu bên trên tác dụng lên nhóm cọc, vùng ứng suất sẽ mở rộng xuống đất sét mềm. Khi đó có thể xảy ra hiện tượng lún quá mức hoặc phá hoại cắt tổng thể [7].

Các phương pháp phân tích độ lún của nhóm cọc và khái niệm “Hiệu ứng tương tác” trong nhóm cọc đã được giới thiệu và tiên phong bởi Poulos [8]. Poulos đã nghiên cứu ứng xử của các nhóm cọc, tương tác giữa hai cọc và sự chông chát của các hiệu ứng riêng lẻ của các cọc liên kết trong các nhóm khi xem xét ảnh hưởng của các tham số như loại nhóm cọc, tỷ lệ L/d , độ sâu tương đối h/L , hệ số Poisson, và khoảng cách s/d (trong đó L là chiều dài cọc, d là đường kính cọc, h là khoảng cách từ mặt đất đến đá cứng, s là khoảng cách giữa các cọc). Một số nhà nghiên cứu đã tiến hành thử tải nhóm cọc tại hiện trường để nghiên cứu hiệu ứng nhóm cọc trong đất sét hoặc cát [9, 10]. Những người khác nghiên cứu nhóm cọc trên các mô hình vật lý nhỏ [11]. Tuy nhiên, cơ chế tương tác giữa cọc và đất dưới tác dụng của tải trọng vẫn chưa được làm sáng tỏ, đặc biệt trong trường hợp cọc nằm trong lớp đất tốt nhưng bên dưới là lớp đất yếu.

Để nghiên cứu cơ chế tương tác của nhóm cọc-đất ta có thể nghiên cứu biến dạng của đất nền dưới tác dụng của lực tác dụng lên nhóm cọc. Ekisar và Otani đã sử dụng tia X CT để nghiên cứu hiện tượng tạo vòm trên nền đắp gia cố bằng cọc cứng [12]. While và Bolton đã sử dụng phương pháp Digital Image Correlation để nghiên cứu chuyển vị và đường biến dạng trong quá trình thi công cọc trong mô hình biến dạng phẳng trong đất cát. Họ đã chỉ ra cách biến dạng cắt phát triển ở mũi cọc trong quá trình đóng cọc [13]. Towhata và Aoyama đã sử dụng kiểm tra trực quan & phân tích hình ảnh (PIV) kết hợp với cảm biến xúc giác và phát xạ âm thanh (AE) để nghiên cứu cách mặt đất biến dạng trong vùng tác động đáng kể của tương tác cọc – đất và mối quan hệ tải trọng - lún của cọc nhóm [14]. Các nghiên cứu trên được thực hiện trong các thí nghiệm trong phòng thí nghiệm và sử dụng đất tự nhiên. Tuy nhiên, những phương pháp này đòi hỏi công nghệ và kỹ thuật phức tạp.

Một cách tiếp cận khác là sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn. Ju [15] đã tiến hành phân tích độ lún bằng phần mềm phần tử hữu hạn PLAXIS 3D cho nhóm cọc. Fuchun et al. thực hiện phân tích độ lún của nhóm cọc sử dụng phần tử hữu hạn PIGLET [16]. Gowthaman và Nasvi đã sử dụng PLAXIS để mô hình hóa các cọc đơn và nhóm cọc trong các lớp cát bụi với độ nén lún khác nhau. Do tính phi tuyến tính ảnh hưởng đến tương tác của nhóm cọc, mô hình LE và MC không dự đoán được ứng xử của nhóm cọc. Tính phi tuyến của đất và các hiệu ứng tương tác được nắm bắt rõ ràng trong mô hình HS và sự kết hợp của cả hai hiệu ứng phi tuyến dẫn đến dự đoán thực sự về ứng xử lún của nhóm cọc [17]. Tuy nhiên, dự đoán độ lún đáng tin cậy của móng cọc vẫn là một vấn đề tồn tại trong những bài toán địa kỹ thuật [15, 18]. Bên cạnh đó, việc lựa chọn mô hình vật liệu phù hợp và các thông số mô hình hóa dựa trên điều kiện địa chất và tải trọng vẫn là một thách thức lớn trong mô phỏng số ứng xử lún của móng cọc [17].

2.1. Mô hình vật lý thu nhỏ và vật liệu tương tự

Mô hình vật lý thu nhỏ thường được sử dụng khi các thí nghiệm trên mô hình thực không thể thực hiện được hoặc quá tốn kém hoặc rủi ro; khi mô hình mô phỏng bằng phần mềm chưa đủ các phương trình để mô tả hiện tượng. Trong mô hình thu nhỏ có thể sử dụng vật liệu thực hoặc vật liệu tương tự. Sharafkhan, Issa Shooshpasha [19] đã tiến hành các thí nghiệm trên cọc đơn riêng lẻ, cọc đơn trong nhóm cọc, móng nông, nhóm cọc đài cao và nhóm cọc đài thấp trong bê chứa cát. Các nghiên cứu tương tự có thể chỉ ra bao gồm của Nguyễn [20], Lee [21], Vincenzo Fioravante and Daniela Giretti [3], đa số các nghiên cứu này thực hiện với cọc trong đất cát. Các thí nghiệm trên mô hình thu nhỏ với cả đất rời và đất dính như trong nghiên cứu của Plaban Deb [22] là rất ít.

Vật liệu tương tự là vật liệu có các tính chất tương tự vật liệu thật được sản xuất nhân tạo, từ đó có thể tái tạo hoặc mô phỏng được sự làm việc của vật liệu thật trong thực tế. Để mô phỏng tương tự đất dính, nhiều phương pháp đã được sử dụng. Ghabraie et al. [23] đã sử dụng hỗn hợp cát thạch cao để mô phỏng địa tầng cho hố đào. Chemenda et al. [24] sử dụng hydrocarbons rắn và lỏng để nghiên cứu sự sạt lở mái đất trong không gian ba chiều. Trong mô hình 2D đất dính có thể được mô phỏng bằng xốp, Jenck và các cộng sự [25] đã sử dụng vật liệu tương tự Schneebeli để mô phỏng đất cát và xốp (foam) để mô tả đất dính trong các thí nghiệm thực

nghiệm hiệu quả gia cường đất rời trên nền đất yếu sử dụng cọc chèn (rigid inclusion).

2.1.1. Vật liệu tương tự cát Schneebeli

Vật liệu tương tự Schneebeli được giới thiệu vào năm 1956 bởi Schneebeli [26]. Vật liệu này được cấu tạo từ các thanh inox tròn có chiều dài 60mm. Các thanh thép này bao gồm ba đường kính 3mm, 4mm và 5mm với tỷ lệ thể tích lần lượt là 34%, 35% và 31% (Hình 1). Mật độ của vật liệu dao động trong khoảng 6,42 và 6,53 [27].



Hình 1. Hình ảnh vật liệu tương tự Schneebeli

Mô hình sử dụng vật liệu Schneebeli rất phù hợp để nghiên cứu ứng xử của đất rời dưới góc độ cơ học vĩ mô cũng như cơ học vi mô [28]. Dolzhenko [28] đã thực hiện các thí nghiệm nén hai trục trên cùng một vật liệu như Schneebeli [26]. Tác giả đã thu được góc nội ma sát là 24° . Dolzhenko [27] cũng thực hiện thí nghiệm để đo hệ số áp suất tĩnh K_0 , dao động trong khoảng 0,65 đến 0,74. Bằng cách đếm các thanh trên một đơn vị diện tích, tác giả đề xuất hệ số rỗng của đất tương tự là 0,21.

Mô hình Schneebeli được sử dụng rộng rãi vì những ưu điểm sau [29]:

Đất tương tự Schneebeli thể hiện sự giãn nở thể tích khi bị biến dạng, tương tự như đất cát chặt;

Mô đun biến dạng của đất phụ thuộc vào cường độ ứng suất;

Đất tương tự nặng hơn đất tự nhiên với mật độ trung bình là 6,2. Điều đó cho phép giảm 1/3 kích thước với trạng thái ứng suất còn lại trong mô hình;

Độ lặp lại mô phỏng dễ dàng của các thí nghiệm được đảm bảo; Mô hình không cần giá đỡ bề mặt (chỉ cần giá đỡ 4 góc) vì các thanh tự cân bằng, không giống như khi sử dụng cát thật và tránh hiệu ứng cạnh tiếp xúc.

Mô hình này dễ dàng xử lý hình ảnh và đo trường biến dạng bằng cách chia ô vuông hoặc tô màu các thanh.

Tuy nhiên, mô hình Schneebeli vẫn tồn tại một số nhược điểm [30]: Góc ma sát tương đối nhỏ, chỉ từ $20 - 25^\circ$, trong khi góc ma sát của cát nén là $30 - 40^\circ$; Nó không thể mô phỏng các bài toán 3D, ví dụ bài toán tác dụng vòm lên đầu cọc.

2.1.2. Vật liệu tương tự đất sét xốp EPS

Trong nghiên cứu này, tác giả sử dụng xốp EPS để mô phỏng đất sét. Để mô phỏng tương tự cho đất sét, ta cần tìm được loại vật liệu đạt các tiêu chí bao gồm:

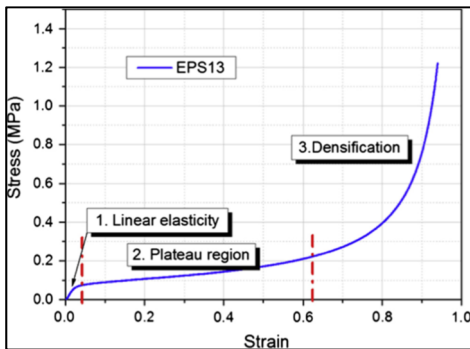
- Có ứng xử cơ học với nhiều điểm tương đồng với đất sét.
- Có khả năng tự cân bằng ổn định để có thể xếp vật liệu Schneebeli lên trên.
- Dễ tìm thấy trên thị trường và các đặc tính có thể dễ dàng thay đổi được.

Vật liệu xốp EPS (Expandable PolyStyrene) là loại vật liệu có thể đáp ứng các tiêu chí trên.

Xốp EPS (Expandable PolyStyrene) hay còn gọi là nhựa xốp, là dạng hạt nhựa nguyên sinh sau khi được gia nhiệt và giãn nở. Mốp xốp được hình thành từ những hạt xốp nhỏ kết dính với nhau theo dạng tổ ong kín mạch. Trên thị trường, xốp thường được bán theo tấm có kích thước thay đổi và trọng lượng riêng từ 8 kg/m³ đến 30 kg/m³.

Các tính chất cơ bản của xốp EPS và sự tương tự với đất sét

a) Tính chịu nén của xốp



Hình 2. Ứng xử chịu nén của xốp [31]

Hình 2 trên thể hiện ứng xử của EPS dưới lực nén. Biểu đồ ứng suất biến dạng bao gồm 3 phần: phần đàn hồi tuyến tính, vùng chảy dẻo và phần đặc hóa. Vùng chảy dẻo xuất hiện sau khi kết thúc phần đàn hồi tuyến tính và bao phủ phần lớn vùng gia tải. Khi vùng đặc hóa xuất hiện, ứng suất tăng mạnh cùng với biến dạng [31].

1. Vùng đàn hồi tuyến tính nằm trong khoảng biến dạng từ 1 đến 2%. Giới hạn đàn hồi tăng khi tỷ trọng EPS tăng.

2. Vùng chảy dẻo xuất hiện sau vùng đàn hồi tuyến tính ở khoảng biến dạng từ 5 đến 10%. Cường độ vật liệu trong vùng chảy tăng khi tỷ trọng EPS tăng.

3. Vùng cứng hóa hay vùng phục hồi xuất hiện sau vùng dẻo. Quan hệ ứng suất ban đầu trong vùng này gần tuyến tính. Sau đó quan hệ ứng suất – biến dạng trở nên không tuyến tính và độ dốc tăng đột ngột.

Hệ số Poisson của xốp rất nhỏ, khoảng 0.05 theo nhiều nghiên cứu khác nhau. Đây cũng là một điểm lợi thế của xốp trong điều kiện thí nghiệm của nghiên cứu này. Lý do là nếu xốp có hệ số Poisson lớn, trong quá trình gia tải nén sẽ tăng kích thước theo phương ngang và tạo tiếp xúc với các thành mặt trước và sau của máy thí nghiệm, dẫn đến xuất hiện lực ma sát khó kiểm soát.

So sánh ứng xử chịu nén một trục của xốp và của đất sét cổ kết thường, nếu bỏ qua vùng 3 của ứng xử xốp khi biến dạng lớn ta thấy có sự giống nhau rất rõ ràng.

b) Mô đun đàn hồi

Theo nghiên cứu của Horvath [32], mô đun đàn hồi của xốp tỷ lệ tuyến tính theo trọng lượng riêng của xốp. Mô đun đàn hồi của xốp khi trọng lượng riêng thay đổi trong khoảng từ 10 đến 40kg/m³ có giá trị trong khoảng 2 đến 15 MPa, giá trị này tương đương với giá trị mô đun đàn hồi của đất sét yếu.

c) Ứng xử chịu cắt

Đã có nhiều nghiên cứu về ứng xử chịu cắt của xốp bằng thí nghiệm cắt trực tiếp. Các thí nghiệm trong nghiên cứu của Khan và cộng sự [33] cho thấy khi trọng lượng riêng tăng thì lực dính c của xốp tăng trong khi góc ma sát trong giảm. Trọng lượng riêng thay đổi trong khoảng 15÷35kg/m³, góc ma sát trong thay đổi trong khoảng 9 ÷10° và lực dính thay đổi trong khoảng 30 ÷60kPa. Góc ma sát trong và lực dính nêu trên cũng nằm trong khoảng thường gặp của thông số đất sét yếu.

d) Thí nghiệm nén ba trục

Các tác giả Padade và Mandal [34] đã tiến hành các thí nghiệm nén ba trục cho xốp với trọng lượng riêng thay đổi từ 15 đến 30 kg/m³. Các kết quả nghiên cứu cho thấy ứng suất lệch lớn nhất tăng lên không đáng kể khi áp lực bù tăng trong khoảng 50 ÷150 kPa. Đường bao vòng tròn Mohr ứng suất gần như nằm ngang với góc ma sát trong rất nhỏ từ 1,5 đến 2,5°. Các kết quả này gần như tương tự với thí nghiệm nén 3 trục ở chế độ UU trên đất sét bão hòa.

Kết luận: Qua các kết quả nghiên cứu về xốp đã thực hiện, chúng ta thấy có sự tương tự rất tốt giữa ứng xử của xốp và sét yếu một cách định tính cũng như định lượng về đường cong ứng suất - biến dạng,

mô đun đàn hồi, lực cắt, lực dính, thí nghiệm nén 3 trục. Ngoài ra xốp có thể mua được rất dễ dàng trên thị trường và dễ tạo hình theo mong muốn. Như vậy xốp là loại vật liệu phù hợp để mô phỏng đất sét cho nghiên cứu này. Tuy nhiên có một điểm khác là đất sét mô phỏng bằng xốp rất nhẹ so với đất tự nhiên.

2. MÔ HÌNH THU NHỎ 2D

2.1. Mô hình vật lý thu nhỏ

Như đã trình bày ở trên, mô hình vật lý thu nhỏ thường được sử dụng khi các thí nghiệm trên mô hình thực không thể thực hiện được hoặc quá tốn kém hoặc rủi ro; khi mô hình mô phỏng bằng phần mềm chưa đủ các phương trình để mô tả hiện tượng. Cụ thể mô hình vật lý thu nhỏ được sử dụng cho các trường hợp sau:

(1) Để nghiên cứu các hiện tượng mới, phức tạp chưa được khám phá, không thể nghiên cứu trong thực địa hoặc mô hình hóa trong các mô phỏng số do thiếu các phương trình mô tả đất một cách chính xác và đầy đủ.

(2) Để kiểm chứng các phương pháp phân tích/thiết kế của các kỹ thuật xây dựng có tính rủi ro cao và kiểm chứng trình tự xây dựng mới hay chuyên biệt.

(3) Để kiểm chứng các cơ chế của sự phá hoại hay sụp đổ; kiểm chứng các giả thuyết hay lý thuyết về phá hoại hoặc sụp đổ.

(4) Để kiểm chứng các khía cạnh khác nhau của thiết kế cho một phương án nền móng mới mà chưa có các quy tắc thực hành hoặc hướng dẫn nào tồn tại. Nói cách khác, giảm sự không chắc chắn trong các giả định thiết kế.

(5) Để hiểu các biến dạng của nền móng trong các trường hợp tải trọng khác nhau [nghĩa là thiết kế trạng thái giới hạn về khả năng sử dụng (SLS)] và liên kết biến dạng với thí nghiệm đất thành phần.

(6) Để phát triển các phương pháp thiết kế từ đó có thể tiêu chuẩn hóa.

(7) Để kiểm chứng các mô hình cấu thành của đất bằng cách thực hiện các thử nghiệm mô hình tỷ lệ có kiểm soát.

Mặc dù các mô hình vật lý có một số ưu điểm, nhưng chúng cũng có một số vấn đề khó giải quyết, chẳng hạn như sự thỏa mãn về tỷ lệ mô hình. Để có thể thay thế cho một mô hình thực tế với quy mô đầy đủ, một mô hình tỷ lệ phải tuân theo quy luật tương tự, đảm bảo tính tương tự của ứng xử cơ học giữa mô hình thu nhỏ và nguyên mẫu liên quan của nó. Các định luật này cho phép áp dụng giải pháp

thu được trên một mô hình cho một vấn đề có kích thước thực. Việc thiết lập các định luật tương tự dựa trên sự phân tích thứ nguyên bằng cách xem xét tính bất biến của các phương trình tổng quát của cơ học với sự thay đổi đơn vị. Các phương trình này là các phương trình động lực học tổng quát, phương trình bảo toàn khối lượng và các định luật ứng xử của các vật liệu khác nhau [35].

James [35] phân biệt hai loại mô hình vật lý trong cơ học đất:

1) Bản thân mô hình tỷ lệ là một nguyên mẫu; ứng xử của nó phải đối chiếu với các phương pháp phân tích nhằm cải thiện các phương pháp này. Các kết quả thu được trong các thí nghiệm này thường không áp dụng được cho việc thiết kế các kết cấu thực nhưng lại có tầm quan trọng lớn đối với việc thiết lập các nguyên tắc thiết kế. Khi đó, các quy tắc tương tự không còn quan trọng nữa (Roscoe, 1968).

2) Mô hình vật lý thu nhỏ đáp ứng các nguyên tắc tương tự và có thể dự đoán ứng xử của kết cấu nguyên mẫu thực. Mô hình máy ly tâm thường được áp dụng vì nó cho phép duy trì cùng một mức ứng suất. Các đường tải trọng của kết cấu được tái hiện sau đó.

Sử dụng các mô hình vật lý nhỏ giúp dự đoán định lượng ứng xử của kết cấu thực tế trong khi nhận thức được các giới hạn áp dụng kết quả. Việc sử dụng các phương pháp mô phỏng bằng mô hình thu nhỏ bao gồm tái tạo kết cấu và các điều kiện biên của nó, tải trọng và quy luật ứng xử của nguyên mẫu trong khi tôn trọng các điều kiện tương tự [36]. Các mô hình tỷ lệ cho phép tái tạo nhanh, nhiều lần các kết cấu thực và có thể được gia tải đến điểm phá hoại. Sự lựa chọn các tính chất vật liệu được mở rộng hơn và dễ dàng thay đổi các thông số khác nhau để nghiên cứu ảnh hưởng của chúng.

Thông tin thu được từ các mô hình số và kết quả thử nghiệm là rất quan trọng để phát triển sự hiểu biết về ứng xử của các kết cấu thực tế và các phương pháp để thiết kế chúng một cách hiệu quả; Việc sử dụng các mô hình vật lý có thể giúp nâng cao hiểu biết của chúng ta về cách thức hoạt động của các kết cấu. Điều quan trọng cần nhớ là cả mô hình vật lý và mô hình số đều là những lựa chọn tốt miễn là chúng thể hiện chính xác cấu trúc thực tế. Các mô hình vật lý có thể được sử dụng kết hợp với các mô hình số như một mô hình kết hợp để tận dụng các lợi ích của từng mô hình. Trong một mô hình lai, người ta có thể có kết nối mô hình số-vật lý hoặc vật lý-số. Chẳng hạn, mô hình số được sử dụng để cung cấp đầu vào cho mô hình vật lý, mô hình này sau đó

cung cấp đầu ra của nó làm đầu vào cho cùng một mô hình số hoặc mô hình số khác.

Trong phạm vi nghiên cứu, nhóm tác giả sử dụng mô hình tương tự loại được mô tả bởi James (1972) [35]. Mục tiêu nghiên cứu là cung cấp cơ sở dữ liệu thử nghiệm để dùng so sánh với các phương pháp thiết kế và làm tài liệu tham khảo cho các phương pháp mô hình số, do đó mô hình thu nhỏ được đề xuất sử dụng không cần tuân theo các quy tắc tương tự một cách nghiêm ngặt. Vật liệu tương tự được sử dụng là các thanh thép, có trọng lượng nặng hơn so với đất thông thường, mật độ của vật liệu thép là 62 kN/m^3 . Các vật liệu tương tự sử dụng trong nghiên cứu.

Nghiên cứu này sử dụng vật liệu tương tự Schneebeli để mô phỏng lớp cát san lấp. Vật liệu xốp được sử dụng để thay thế lớp đất sét yếu.

Để không phải xác định lại các thông số của vật liệu, nhóm tác giả đã sử dụng vật liệu Schneebeli phổ biến như trong nghiên cứu của Dolzhenko [29]. Trong đó các thanh Schneebeli được làm bằng chất liệu thép không gỉ, có ba đường kính là 3, 4, 5 mm. Chiều dài mỗi thanh là 6mm. Tỷ lệ trọng lượng là 34, 35 và 31% tương ứng với từng đường kính trên (Hình 1). Các thông số của vật liệu tương tự Schneebeli, lấy từ các nghiên cứu trước đây [29, 30].

Trong nghiên cứu này, vật liệu xốp thay thế đất yếu có các thông số như bảng 1.

Bảng 1. Các thông số tấm xốp

Tên chỉ tiêu	Tiêu chuẩn áp dụng	Đơn vị	Kết quả
Trọng lượng riêng	DIN 53420	Kg / m ³	12
Lực nén ở biến dạng 10%	DIN 53421	N / cm ²	3.5

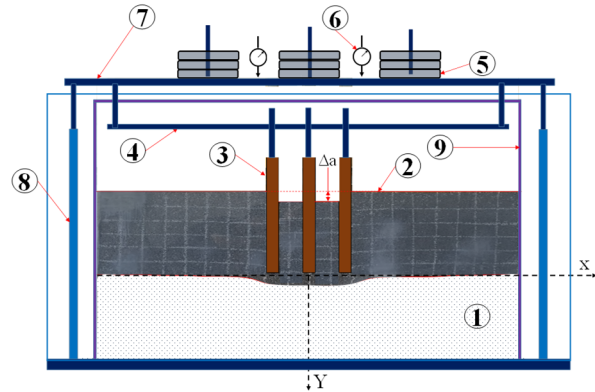
2.2. Kích thước mô hình

Kích thước khung của mô hình là dài 1,0 m, cao 70 cm và rộng 6 cm (Hình 3). Chiều cao của lớp xốp là 30 cm, bề rộng là 6 cm bằng chiều dài các thanh Schneebeli. Chiều cao của lớp vật liệu tương tự Schneebeli là 30 cm. Trên bề mặt các lớp xốp và vật liệu Schneebeli kẻ ô vuông $5 \times 5 \text{ cm}$ để thuận tiện cho việc quan sát trường biến dạng.

Trong mô hình, cọc ngăn bằng thép hộp tiết diện vuông $3 \times 3 \text{ cm}$ thay thế cho cọc ngăn BTCT. Nhóm cọc bao gồm ba cọc (Hình 3). Các cọc hoặc móng được gắn vào dầm gắn cọc bằng vít. Dầm gắn cọc liên kết với dầm gia tải. Dầm gia tải sẽ chuyển dịch theo phương thẳng đứng khi chất tải và đảm bảo luôn nằm ngang thông qua hai trục dẫn hướng thẳng

đứng ở hai bên. Các tải trọng được đặt lên trên dầm gia tải.

Tải được thực hiện theo từng cấp độ. Chuyển vị thẳng đứng của cọc được đo bằng hai đồng hồ đo, sau đó lấy giá trị trung bình. Cả hai chuyển vị sai của bề mặt vật liệu bên ngoài các cọc biên và đường bao biên dạng của bề mặt lớp xốp đều được đo bằng thước thép. Sai số là $\pm 0,5 \text{ mm}$.



Hình 3. Sơ đồ thiết bị thí nghiệm

- 1: Lớp xốp; 2: Lớp vật liệu Schneebeli; 3: Các cọc thép; 4: Dầm gắn cọc; 5: Tải trọng; 6: Đồng hồ chuyển vị; 7: Dầm đỡ tải; 8: Trục dẫn hướng.

2.3. Chương trình thí nghiệm

Chương trình thí nghiệm bao gồm 18 thí nghiệm lên nhóm cọc không có đài móng. Trong đó khoảng cách cọc s thay đổi theo 3 giá trị $3D$, $6D$, $9D$ với D là đường kính cọc. Khoảng cách H từ đầu cọc đến lớp tiếp giáp hai lớp vật liệu xốp – Schneebeli là 5 cm , 10 cm và 15 cm . Mỗi cặp giá trị (S, H) tiến hành 2 thí nghiệm. Ngoài ra, chương trình thí nghiệm còn có thêm một số thí nghiệm thực hiện trên nhóm cọc có đài móng và nhóm cọc không có đài móng để nghiên cứu ảnh hưởng của đài móng. Một thí nghiệm gia tải lên một thanh thép hộp dài 15 cm đặt trên bề mặt lớp thép, đại diện cho trường hợp móng nông cũng được tiến hành để đánh giá hiệu quả gia cường của cọc ngắn.

3. KẾT QUẢ THÍ NGHIỆM

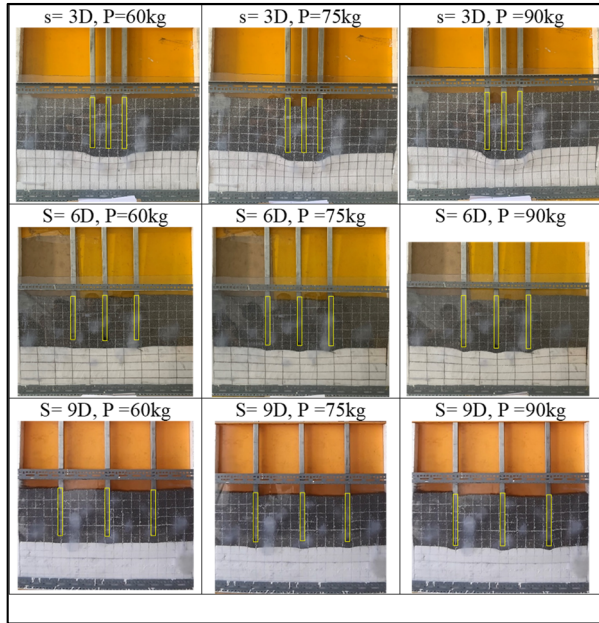
3.1. Đường cong quan hệ biến dạng

Hình ảnh thí nghiệm, khi $H=5 \text{ cm}$ và $H=15 \text{ cm}$, khoảng cách cọc $s=3D$, $6D$ và $9D$, ở tải trọng 60 , 75 và 90 kg , được thể hiện trong Hình 4, 5. Các đường cong tải trọng – độ lún được thể hiện trong Hình 6.

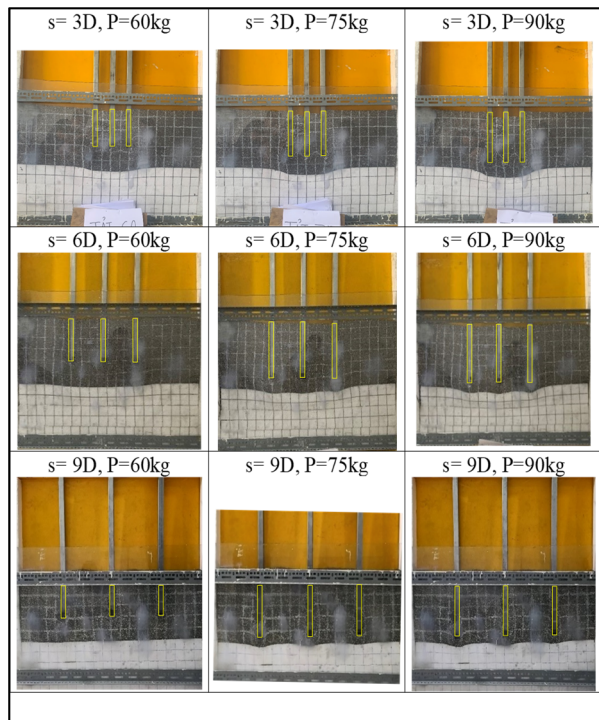
Nếu s không đổi, với cùng tải trọng tác dụng, chuyển vị của cọc giảm khi chiều dài cọc tăng, tức là khi H giảm (Hình 5). Điều đó có thể giải thích là

do cọc càng dài thì sức chịu tải của cọc càng tăng do lực ma sát càng tăng, và lực ma sát đóng vai trò chi phối đến sức chịu tải của cọc.

Nếu H không đổi, chuyển vị của các cọc có cùng tải trọng sẽ giảm khi khoảng cách giữa các cọc tăng lên. Tuy nhiên, sự khác biệt về độ dịch chuyển giữa hai trường hợp $s=6D$ và $s=9D$ là tương đối nhỏ. Như vậy, hiệu suất nhóm cọc tăng khi s tăng.



Hình 4. Hình ảnh mô hình với $H = 5\text{cm}$; s và P thay đổi



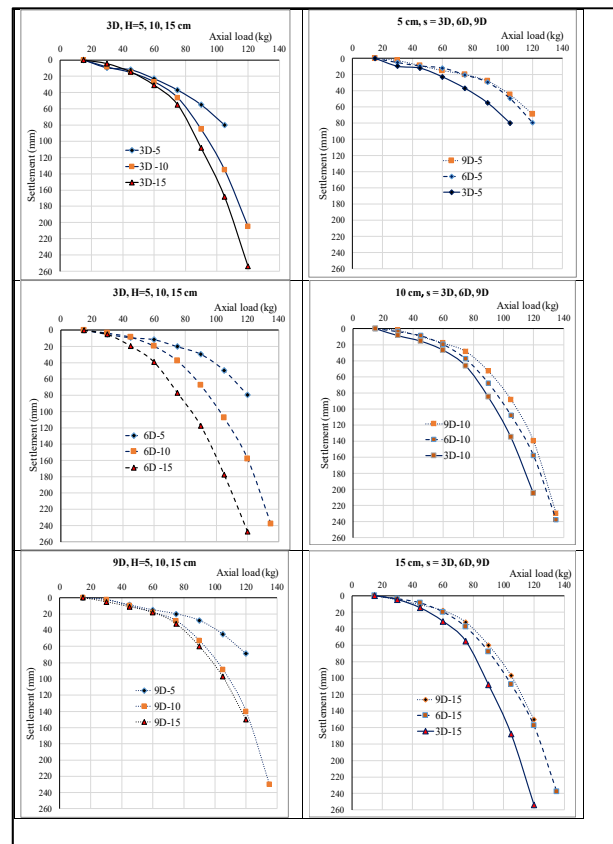
Hình 5. Hình ảnh mô hình với $H = 15\text{cm}$; s và P thay đổi

3.2. Biến dạng bề mặt lớp xốp

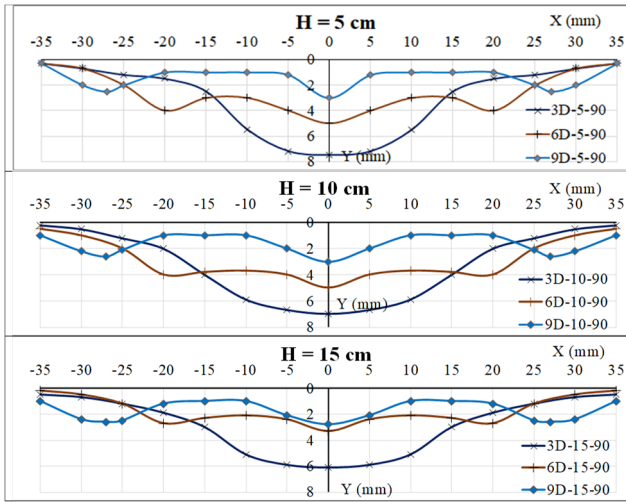
Đường viền biến dạng của bề mặt xốp tương ứng với các khoảng cách cọc và chiều dài cọc khác nhau ở cấp tải trọng 90 kg được thể hiện trong Hình 7.

Khi khoảng cách giữa các cọc là $3D$, đường chuyển vị là một đường cong lõm có một đỉnh tương ứng với chuyển vị lớn nhất tại vị trí tâm cọc. Trong khi với khoảng cách cọc $6D$ và $9D$, đường chuyển vị có ba đỉnh tương ứng với vị trí của ba mũi cọc. Chuyển vị bên dưới đỉnh cọc giữa lớn hơn một chút so với cọc hai bên. Như vậy, trong trường hợp khoảng cách cọc $3D$, nhóm cọc làm việc như một cọc có đường kính lớn, có hiện tượng tập trung ứng suất rõ rệt. Ngược lại, các cọc có xu hướng làm việc độc lập khi khoảng cách các cọc $s=6D$ và $s=9D$.

Với cùng tải trọng và chiều dài cọc (tức là khoảng cách H), chuyển vị cực đại sẽ giảm khi khoảng cách giữa các cọc tăng lên. Tuy nhiên, khi H tăng lên, sự khác biệt về độ dịch chuyển lớn nhất sẽ thu hẹp đáng kể. Ví dụ: chênh lệch chuyển vị tối đa giữa khoảng cách cọc $3D$ và $9D$ khi tải trọng là 90 kg là 100% khi $H=5\text{cm}$ và chỉ 40% khi $H=15\text{cm}$.



Hình 6. Đường cong Tải trọng - Độ lún

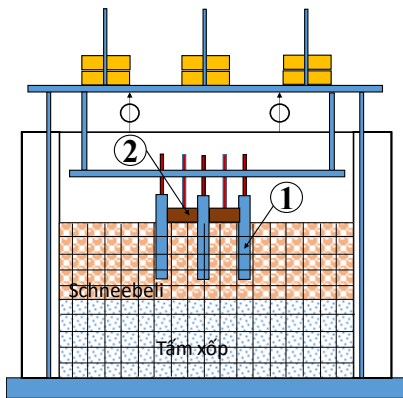


Hình 7. Đường cong biến dạng bề mặt lớp xốp tại P = 90 kG

Xét trường hợp H=15 và s=6D hoặc s=9D, ở tải trọng 60 ÷ 90 kG, các đường nằm ngang trong vật liệu Schneebeli phía dưới mũi cọc và bề mặt lớp xốp biến thành các đường cong lồi có ba đỉnh dưới ba đỉnh đầu cọc. Với s=3D, các đường nằm ngang dưới mũi cọc nằm trong vật liệu Schneebeli có dạng giống như trên, tuy nhiên bề mặt lớp xốp bị biến dạng thành một đường cong lồi chỉ có một đỉnh nằm dưới tâm cọc. Hiện tượng này rất giống với kết quả của Ikuo Towhata và et al. [37] và Gowthaman S. [27]. Như vậy, khi s = 3D, vật liệu bên dưới mũi cọc được nén chặt bởi tác động chông chát của các cọc.

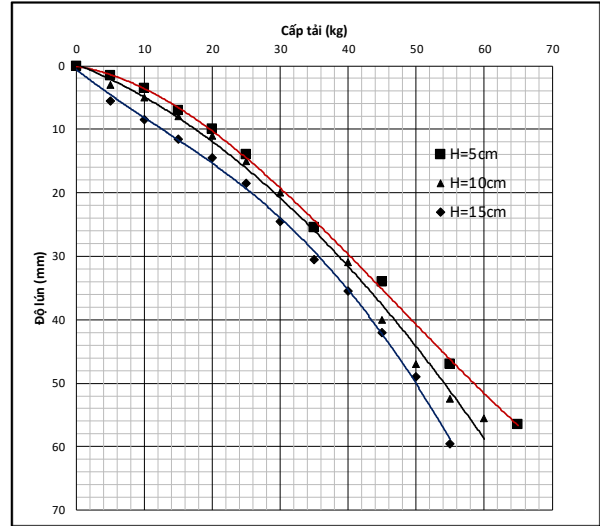
3.3. So sánh móng cọc dài cao và móng cọc có đài

Nghiên cứu cũng đã tiến hành các thí nghiệm với trường hợp móng cọc có đài móng (móng bè cọc) như hình 8. Tuy nhiên ở các thí nghiệm này sử dụng xốp có trọng lượng riêng là 8kg/m³. Một số các thí nghiệm với nhóm cọc không có đài cũng được tiến hành với loại xốp này để so sánh. Kết quả cho thấy khoảng cách mũi cọc đến xốp H tăng lên thì sức chịu tải nhóm cọc giảm đi (Hình 9), tuy nhiên sự suy giảm là không rõ rệt.

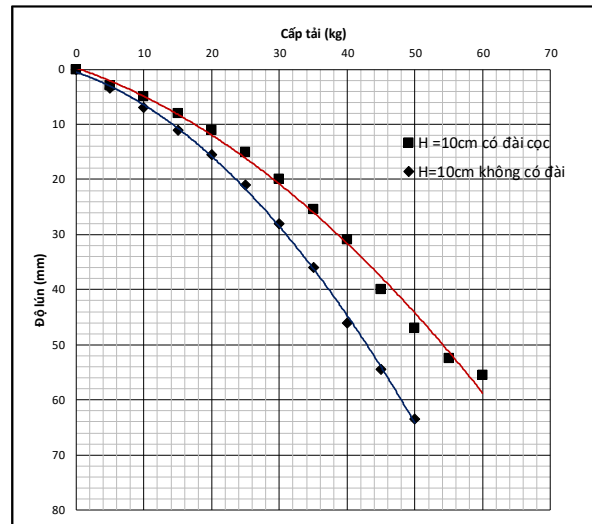


Hình 8. Mô hình thí nghiệm móng cọc có đài

Nếu so sánh đường cong tải trọng - độ lún giữa hai trường hợp có cọc có bè và cọc không đài, sức chịu tải của cọc có đài cao hơn đáng kể. Ví dụ trong trường hợp khoảng cách các cọc là 3D, H=10cm, chuyển vị ở cấp tải 40kg là 31mm và 46mm tương ứng với trường hợp cọc có đài và không có đài cọc. Như vậy đài cọc đã tham gia vào khả năng chịu tải của móng một cách đáng kể (Hình 10).



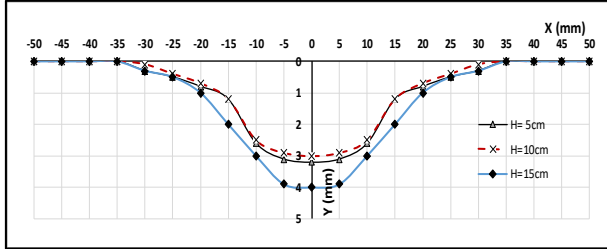
Hình 9. Đường cong Tải trọng – Chuyển vị trong trường hợp cọc có đài móng, s=3D, H thay đổi



Hình 10. So sánh đường cong Tải trọng - Chuyển vị trong trường hợp cọc có đài và không có đài, khoảng cách các cọc là 3D, H=10cm

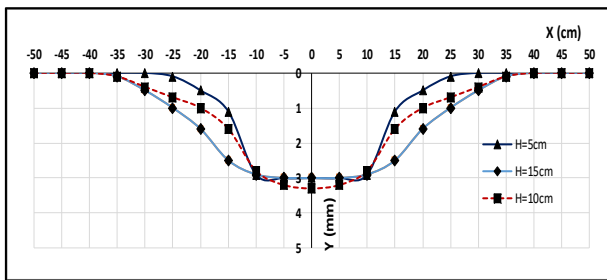
Ở một khía cạnh khác, trong trường hợp cọc có đài móng chuyển vị lớn nhất của lớp xốp hầu như giữ nguyên khi H thay đổi từ 5cm lên 10cm, tuy nhiên tăng đáng kể khi H=15cm (Hình 11). Như vậy khi cọc ngắn hơn, tác động lên xốp trở nên nhiều hơn theo phương đứng.

Trong khi đó, ở trường hợp cọc không có đài móng chuyển vị lớn nhất của lớp xốp hầu như giữ nguyên khi H thay đổi từ 5cm lên 15cm, tuy nhiên chuyển vị theo phương ngang tăng đáng kể (Hình 12). Như vậy khi cọc ngắn hơn, tác động lên xốp trở nên nhiều hơn theo phương ngang.

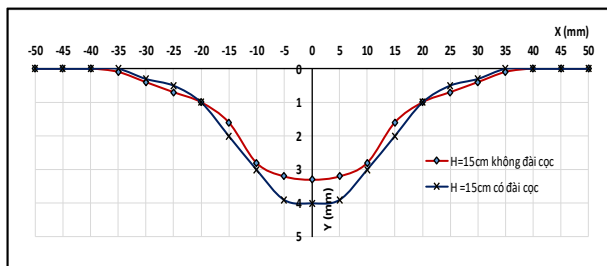


Hình 11. Đường biến dạng xốp trong trường hợp cọc có đài với $s=3D$, $P=50kG$ và H thay đổi

Khi so sánh hai trường hợp cọc có đài và không đài, sự khác nhau khi $H=5$ và $H=10$ cm là không đáng kể. Tuy nhiên sự khác nhau là rõ nét khi $H=15$ cm (Hình 11,12,13).



Hình 12. Đường biến dạng xốp trong trường hợp cọc không có đài với $s=3D$, $P=50kG$ và H thay đổi



Hình 13. Đường biến dạng xốp trong trường hợp cọc không có đài, $s=3D$, $P=50kG$, $H=15$ cm

3.4. So sánh với mô phỏng Plaxis

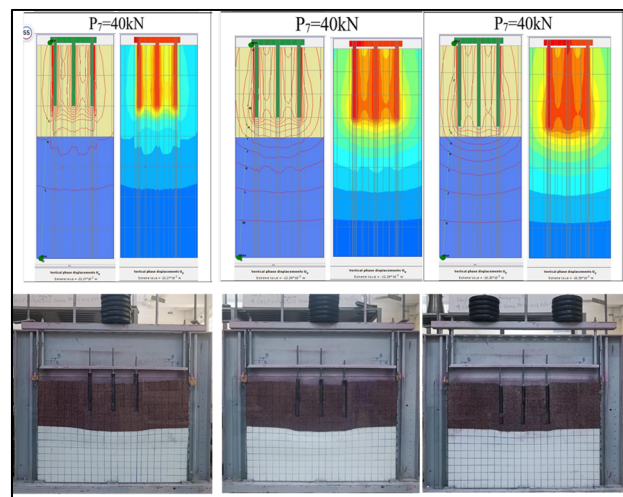
Trong một nghiên cứu sơ bộ, tác giả so sánh với mô phỏng Plaxis cho một kết cấu với tỷ lệ hình học là 1/15. Tức lớp cát dày 4.5m, lớp đất sét dày 6m. Các cọc có tiết diện 15×15 cm và có các chiều dài 3m, 3.5m, và 4m. Các thông số vật liệu như trong Bảng 2.

So sánh sự biến dạng trong mô hình Plaxis và thực nghiệm (Hình 14) cho thấy sự đồng điệu về biến dạng. Khi cọc dài hơn, tức khoảng cách từ mũi cọc đến ranh giới hai lớp đất ngắn lại, biến dạng bề mặt lớp đất thứ 2 trở nên cục bộ hơn ở các vị trí dưới mũi cọc.

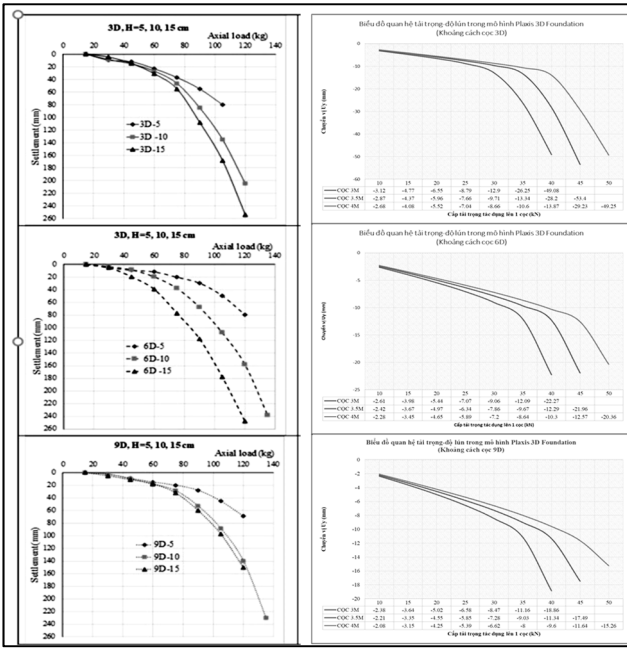
So sánh đường cong tải trọng - độ lún trong mô hình Plaxis và thực nghiệm (Hình 15) cũng cho thấy sự đồng điệu. Với cùng một khoảng cách cọc, sức chịu tải nhóm cọc tăng khi chiều dài cọc tăng. Với cùng chiều dài cọc, sức chịu tải nhóm cọc tăng khi khoảng cách giữa các cọc s tăng lên.

Bảng 2. Các thông số mô hình

Loại đất	Lớp 1 (Đất cát)	Lớp 2 (Đất sét dẻo mềm)	
Ứng xử	Drained	Undrained	
γ_{unsat}	kN/m ³	18,55	18,20
γ_{sat}	kN/m ³	18,87	18,45
$K_x = k_y = k_z$	m/day	1	1
c'	kN/m ²	1,863	12,94
ϕ'	Độ	24,18	9,01
E_{ref}	kN/m ²	3639	1786
U		0,33	0,33
R_{inter}		0,7	0,7
OCR		1	1



Hình 14. So sánh sự biến dạng của mô hình thực nghiệm và mô hình Plaxis khi $s=9D$, chiều dài cọc là 3m, 3.5m, 4m ở tải trọng 40kN (từ trái qua phải trong mô hình Plaxis), $H=15$ cm, 10cm, 5cm ở tải trọng 40kG (từ trái qua phải trong mô hình thực nghiệm)



Hình 15. So sánh đường cong biến dạng của mô hình thực nghiệm và mô phỏng Plaxis với các giá trị s và chiều dài cọc khác nhau

Với xốp có trọng lượng 8kg/m^3 , trong trường hợp tiến hành gia tải lên một móng đặt ở bề mặt lớp Schneebeli, móng làm bằng thép hộp được xem là tuyệt đối cứng và có chiều dài 15cm. Chiều dài móng được chọn bằng tổng chiều dài phần đài, đã trừ đi phần cọc trong trường hợp $s=3D$. Kết quả cho thấy tại độ lún 40mm, tải trọng tác dụng lên móng là 15 kG. So sánh tải trọng chịu được ở cùng mức độ lún 40mm ta thấy có sự cải thiện rõ rệt về khả năng chịu tải. Với $s=3D$, trường hợp không có đài, sức chịu tải tăng lên từ 2,3 đến 3,3 lần. Với $s=3D$, trường hợp có đài, sức chịu tải tăng lên từ 3 đến 3,5 lần.

4. KẾT LUẬN

Một mô hình vật lý nhỏ tương đối đơn giản, sử dụng vật liệu tương tự Schnibeeli để thay thế đất cát và xốp thay thế đất sét mềm, đã giúp nghiên cứu ứng xử và tương tác giữa nhóm đất-cọc trong trường hợp cọc ngắn nằm trong lớp đất cát phía trên nền đất yếu lớp đất sét. Chương trình thử tải bao gồm ba giá trị H và ba khoảng cách cọc $s=3D, 6D$ và $9D$; cho hai trường hợp nhóm cọc có đài (có bè) và không có đài.

Kết quả thí nghiệm cho thấy khả năng chịu tải của nhóm cọc không có đài tăng khi chiều dài cọc tăng (H giảm) và s giảm. Bằng việc vẽ biểu đồ trên bề mặt Schneebeli và vật liệu xốp rồi quan sát, sau đó phân tích sự thay đổi hình dạng của lưới trong quá trình gia tải, nghiên cứu đã chỉ ra được sự tương tác giữa nhóm cọc và đất. Trong trường hợp $s= 6D$ và $9D$, cọc có xu hướng làm việc độc lập, biểu hiện

bằng biến dạng cục bộ của các đường ngang xung quanh cọc và dưới mũi cọc, kể cả bề mặt hoặc lớp xốp. Tuy nhiên với $s=3D$ biến dạng cục bộ dưới mũi cọc chỉ xảy ra ở phần vật liệu Schneebeli sát mũi cọc. Trong khi đó, toàn bộ vật liệu Schneebeli bên dưới mũi cọc được nén chặt, và bề mặt xốp bị biến dạng thành một đường cong lõm với đỉnh nằm dưới tâm mũi cọc. Qua so sánh chuyển vị cực đại của bề mặt lớp xốp cho thấy khoảng cách s càng nhỏ và khoảng cách từ đầu cọc đến lớp sét H càng ngắn thì tác động của nhóm cọc lên lớp sét càng rõ rệt.

Trong trường hợp nhóm cọc có đài, sức chịu tải nhóm cọc tăng lên khi chiều dài cọc tăng lên, tương tự như trường hợp nhóm cọc không có đài. Tuy nhiên sức chịu tải của nhóm cọc có đài lớn hơn so với nhóm cọc không có đài móng. Như vậy đất dưới đài móng có tham gia vào sức chịu tải. Biến dạng của lớp xốp tăng lên khi H tăng. Biến dạng lớp xốp khi nhóm cọc có đài lớn hơn so với nhóm cọc không có đài trong cùng điều kiện tải trọng và hình học.

Các kết quả trong nghiên cứu này tương thích với nhiều kết quả nghiên cứu dưới dạng phương pháp phân tích, thực nghiệm hay mô phỏng. Do đó, sử dụng vật liệu Schneebeli và xốp làm vật liệu tương tự cho đất sét và đất rời để mô phỏng các bài toán nhóm cọc nói riêng và một số địa kỹ thuật nền móng khác nói chung là một phương pháp tiềm năng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyen Uyen, *Soil reinforcing in civil construction*. Construction publishing house, Ha Noi, 2009.
- [2] V. C. Trinh, “Negative friction on piles and its effect on construction,” in *The 3rd National Science Conference on Construction Incidents and Damages*, 2005.
- [3] Vincenzo Fioravante and Daniela Giretti, *Contact versus noncontact piled raft foundations*, Can. Geotech. J. 47: 1271–1287 (2010) doi:10.1139/T10-021,
- [4] Katzenback R. and al. Piled raft foundation = Interaction between piles and raft. International Conference on Soil- Structure Interaction in Urban Civil Engineering 8./9. October 1998.
- [5] E.Y. N OH, M. HUANG, C. SURARAK, R. Adamec1 and A. S. BALASURBAMANIAM, FINITE ELEMENT MODELING FOR PILED RAFT FOUNDATION IN SAND, *Eleventh East Asia-Pacific Conference on Structural*

- Engineering & Construction* (EASEC-11) “Building a Sustainable Environment” November 19-21, 2008, Taipei, TAIWAN EASEC-11
- [6] Mostafa El Sawwaf, *Experimental Study of Eccentrically Loaded Raft with Connected and Unconnected Short Piles*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering Volume 136, Issue 10, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000341](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000341)
- [7] M. Tomlinson, J. Woodward, “Pile design and construction practice”, *Fifth edition, Taylor & Francis*, 2008.
- [8] H.G. Poulos, “*Analysis of the settlement of pile groups*”, *Geotechnique* 4: 449-471. 1968.
- [9] A. S. Vesic, “*Experiments with Instrumented Pile Groups in Sand, Performance of Deep Foundations*”, ASTM STP444, 177-222, 1969.
- [10] Yu, Ching-Han, “On Design and Construction of Pile Group Foundation of Taipei 101”, *Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA*, Vol.42 No.2, pp.56-69, 2011.
- [11] S. H. Nguyen, T. P. H. Tran, and Q. M. Pham, “Experimental Study on Pile Group Efficiency in Various Types of Soil Using a Small-Scale Physical Model”, *CIGOS 2021, Emerging Technologies and Applications for Green Infrastructure*, Lecture Notes in Civil Engineering 203, 2022. https://doi.org/10.1007/978-981-16-7160-9_108
- [12] T. Ekisar, J. Otani and J. Hironaka, “Visualization of soil arching on reinforced embankment with rigid pile foundation using X-ray CT”, *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 32, 44 – 54, 2012.
- [13] D. J. White and M. D. Bolton, “Displacement and strain paths during plane – strain model pile installation in sand”, *Géotechnique*, Vol. 54, No. 6, 375 – 397, 2004.
- [14] Aoyama, Shogo, et al. "Application of advanced procedures to model tests on the subsoil behavior under vertical loading of group pile in sand." *Indian Geotechnical Journal* 46.1 (2016): 64-76.
- [15] Ju J, “Prediction of the Settlement for the Vertically Loaded Pile Group Using 3D Finite Element Analyses”, *Journal of Marine Georesources & Geotechnology* 33 (3): 264-271, 2013.
- [16] Fuchun XUE, Jianlin MA and Liping YAN, “Three-dimensional FEM analysis of bridge pile group settlement in soft soils”, *Geotechnical Special Publication ASCE* 220: 135-143. 2011.
- [17] S. Gowthaman, and M. C. M. Nasvi, “2D and 3D Numerical Simulation of Load-Settlement Behaviour of Axially Loaded Pile Foundations.” *American Journal of Civil Engineering and Architecture*, vol. 5, no. 5 (2017): 187-195. doi: 10.12691/ajcea-5-5-2.
- [18] B. A. McCabe and B. M. Lehane, “Behaviour of axially loaded pile groups Driven in clayey silt”, *Journal of Geotechnical and Environmental Engineering*: 401-410, 2006.
- [19] Mehdi Sharafkhan, Issa Shooshpasha, *Physical modeling of behaviors of cast-in-place concrete piled raft compared to free-standing pile group in sand* *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering* xxx (2018) 1-14
- [20] Dang Dinh Chung Nguyen, Dong-Soo Kim, Seong-Bae Jo, *Parametric study for optimal design of large piled raft foundations on sand*, *Computers and Geotechnics* 55 (2014) 14–26
- [21] Su-Hyung Lee and Choong-Ki Chung, *An experimental study of the interaction of vertically loaded pile groups in sand* *Can. Geotech. J.* 42: 1485–1493 (2005) doi: 10.1139/T05-068
- [22] Plaban Deb, Dr. Sujit Kumar Pal, An Experimental and Numerical Study on Behaviour of Single Pile and Group of Piles in Layered Soils under Vertical Load International, *Journal of Engineering Research & Technology* (IJERT), ISSN: 2278-0181 Vol. 5 Issue 03, March-2016
- [23] B. Ghabraie, R. Gang, and John V. Smith. "Characterising the multi-seam subsidence due to varying mining configuration, insights from physical modelling". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 93 (2017): 269-279.
- [24] A. Chemenda, S. Bouissou, D. Bachmann, Three-dimensional physical modeling of deep-seated landslides: new technique and first results. *Journal of Geophysical Research*, 110 (4) (2005), 10.1029/2004JF000264

- [25] Jenck; Daniel Dias; and Richard Kastner, *Two-Dimensional Physical and Numerical Modeling of a Pile-Supported Earth Platform over Soft Soil* *Oriane Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, March 2007 DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2007)133:3(295)
- [26] G. SCHNEEBELI, “Une mécanique pour les terres sans cohésion”, *Compte rendus des séances de l'Académie des Sciences*. Paris:1956, Tome 243, pp. 2647-2673
- [27] Dolzhenko Nataliya, “*Etude expérimentale et numérique de modèle réduit bidimensionnel du creusement d'un tunnel*”. Diss. Lyon, INSA, 2002.
- [28] R. Kastner, “Excavations profondes en site urbain”. *Thèse Génie Civil*, Lyon: INSA de Lyon, 1982; 409p.
- [29] N. Dolzhenko, P. Mathieu, R. Kastner, “Modélisation expérimentale et numérique bidimensionnelle d'ouvrages souterrains urbains. Réalisation d'essais biaxiaux et oedométrique sur le sol analogique de Taylor-Schneebeli”, In : *XVIIIème Rencontres de l'AUGC à Lyon*, «Aménagement urbain», 2000, 27-28 mai, p 281-288.
- [30] Jenck, Oriane, “*Le renforcement des sols compressibles par inclusions rigides verticales. Modélisation physique et numérique*”, Diss. INSA de Lyon, 2005.
- [31] Wensu Chen, Hong Hao, Dylan Hughes, Yanchao Shi, Jian Cui, Zhong-Xian Li, *Static and dynamic mechanical properties of expanded polystyrene*, *Materials and Design* 69 (2015) 170–180
- [32] J. S. Horvath, *Expanded Polystyrene (EPS) Geofoam: An Introduction to Material Behavior Geotextiles and Geomembranes* 13 (1994) 263-280.
- [33] Muhammad Imran Khan, Mohamed A. Meguid, Experimental Investigation of the Shear Behavior of EPS Geofoam, *International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering* (2018) 4:12 <https://doi.org/10.1007/s40891-018-0129-7>.
- [34] Amit Harihar Padade, J. N. Mandal, Behavior of Expanded Polystyrene (EPS) Geofoam Under Triaxial Loading Conditions *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*. September 2012, Vol. 17 [2012], Bund. S.
- [35] R. G. James, “Some aspects of soil mechanics model testing”. In: Parry R. H. G. Ed. *Proc. of Stress-strain behavior of soils*. Roscoe Memorial Symposium, 1972, Cambridge, Angleterre. pp 417-440.
- [36] M. Al Heib, F. Emeriault, and H. L. Nghiem. "On the use of 1g physical models for ground movements and soil-structure interaction problems". *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering* 12.1 (2020): 197-211.
- [37] Ikuo Towhata, Shogo Aoyama, Wuwei Mao, Shigeru Goto, Application of advanced procedures to model tests, on the subsoil behavior under vertical loading of group pile in sand, *Proceedings of Indian Geotechnical Conference IGC-2014*, December 18-20, 2014, Kakinada, India.