

PHƯƠNG PHÁP PHỔ PHẢN ỨNG NHIỀU DẠNG DAO ĐỘNG VÀ TÍNH TOÁN NHÀ CAO TẦNG CHỊU ĐỘNG ĐẤT THEO TCXDVN 375 : 2006

TS. NGUYỄN ĐẠI MINH

Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng

Tóm tắt: Trong tiêu chuẩn TCXDVN 375:2006, phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động không được hướng dẫn chi tiết như đối với phương pháp tĩnh lực ngang tương đương. Vì vậy, bài báo này trình bày cơ sở tính toán động đất đối với nhà cao tầng theo phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động. Hy vọng bài báo có thể giúp người đọc nắm được bản chất phương pháp này trong tính toán thiết kế kháng chấn. Mặt khác, do sự thuận tiện và tính dễ kiểm soát của phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương, trong thực hành thiết kế, phương pháp này có thể vẫn được áp dụng khi tính toán nhà cao tầng chịu động đất. Do vậy, bài báo cũng trình bày các tính toán so sánh giữa phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương và phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động đối với nhà cao tầng. Từ đó, đề xuất các cải tiến để có thể vận dụng được phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương trong tính toán nhà cao tầng chịu động đất nhằm tiết kiệm thời gian, công sức của người thiết kế và đặc biệt là dễ kiểm soát quy trình tính toán và các kết quả đầu ra.

Từ khóa: Động đất, nhà cao tầng, phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương, phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động, TCXDVN 375:2006.

1. Mở đầu

Tính toán kết cấu chịu tác động ngang do gió/bão hay động đất được xem là một trong những khâu quan trọng trong thiết kế nhà cao tầng. Trong thực hành thiết kế, tính toán động đất đối với nhà cao tầng theo tiêu chuẩn TCXDVN 375:2006 *Thiết kế công trình chịu động đất* [1], tiêu chuẩn châu Âu BS EN 1998-1:2004 (Eurocode 8) [2] và tiêu chuẩn Mỹ UBC:1997 [3], có thể được thực hiện theo phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương. Quy trình đơn giản xác định tải trọng động đất tác dụng lên công trình theo TCXDVN 375:2006 bằng phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương đã được trình bày trong [4, 5]. Tuy nhiên, TCXDVN 375:2006 và EN 1998-1:2004 quy định phương pháp này chỉ áp dụng cho nhà cao tầng có chu kỳ dao động riêng cơ bản T_1 nhỏ hơn 2s (đối với đất nền loại B, C, D, E theo phân loại đất nền theo động đất) hay nhỏ hơn 1.6 s (đối với đất nền loại A), tương đương với nhà cao từ 20 tầng trở xuống. Tiêu chuẩn UBC:1997 cũng quy định phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương áp dụng cho các nhà cao tầng cao dưới 240 ft (73.15 m, quãng 20 tầng).

Tiêu chuẩn TCXDVN 375:2006 và tiêu chuẩn EN 1998-1:2004 đều khẳng định phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động (hay còn gọi là phương pháp động tuyến tính) có thể áp dụng cho tất cả các loại kết cấu khi thiết kế kháng chấn. Như vậy, với nhà cao từ 20 tầng trở lên, theo quy định của TCXDVN 375:2006, khi tính toán động đất phải áp dụng phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động. Các tiêu chuẩn Mỹ UBC:1997 và tiêu chuẩn Nga SNIIP II-7-81* [6] cũng áp dụng phương pháp này khi thiết kế kháng chấn đối với các kết cấu cao tầng. Tiêu chuẩn SNIIP quy định đối với công trình có chu kỳ dao động riêng cơ bản $T_1 > 0.4$ s (tương đương từ 5 tầng trở lên), phải xét đến ít nhất 3 dạng dao động khi tính toán động đất. Khác với tiêu chuẩn Mỹ, là tiêu chuẩn coi phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương là phương pháp tham chiếu (reference method) trong thiết kế kháng chấn, tiêu chuẩn Eurocode 8 xem phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động là phương pháp tham chiếu [7]. Vì vậy, phương pháp này được khuyến nghị áp dụng cho mọi loại kết cấu. Ngoài ra, trong tính toán kết cấu chịu tác động động đất, EN 1998-1:2004 còn khuyến khích áp dụng phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động có xét đến ảnh hưởng của các dạng dao

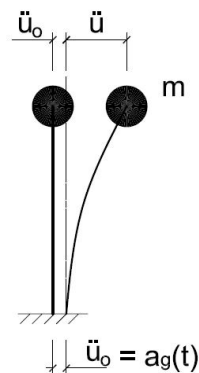
động bậc cao không gian theo cả 3 phương: ngang nhà, dọc nhà và xoắn theo phương chiều cao nhà.

Mặc dù là phương pháp tham chiếu, nhưng phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động không được hướng dẫn chi tiết trong TCXDVN 375:2006 và EN 1998-1:2004. Trong tài liệu [5], tuy đã trình bày quy trình tính toán theo phương pháp này nhưng chưa nêu rõ cơ sở xác định các khối lượng hữu hiệu (hoặc trọng lượng hữu hiệu) trong công thức tính các lực cắt đáy của các dạng dao động riêng bậc cao của kết cấu cũng như cơ sở thiết lập phương trình phân phối lực động đất lên các cao trình tầng ở các dạng dao động riêng này. Có thể TCXDVN 375:2006 coi người sử dụng đã rất quen thuộc với phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động. Vì vậy, bài báo này trình bày cơ sở và cách tính toán theo phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động áp dụng trong TCXDVN 375:2006, với hy vọng bài báo sẽ giúp cho người đọc nắm được bản chất của phương pháp này trong thiết kế kháng chấn.

Do sự thuận tiện và tính dễ kiểm soát của phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương, trong thực hành thiết kế, không chỉ ở nước ta mà còn ở châu Âu [8], phương pháp này vẫn thường được áp dụng trong tính toán động đất đối với nhà cao tầng nằm ngoài phạm vi áp dụng của phương pháp. Vì vậy, bài báo sẽ trình bày các tính toán so sánh giữa phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương và phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động đối với kết cấu cao tầng chịu động đất. Trên cơ sở đó, đề xuất các cải tiến vận dụng cho phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương để có thể áp dụng được trong thiết kế kháng chấn đối với nhà cao hơn 20 tầng. Như vậy, việc áp dụng phương pháp tĩnh lực ngang tương đương có cải tiến sẽ thuận tiện, dễ kiểm soát đầu ra, tiết kiệm thời gian và công sức của người thiết kế so với tính toán theo phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động.

2. Hệ một bậc tự do và phương pháp phổ phản ứng

Thực ra, phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động được trình bày rất chi tiết và được giảng dạy trong các trường đại học ở Mỹ và phương Tây [9, 10]. Ở Việt Nam, phương pháp này cũng đã được giới thiệu trong các tài liệu [11, 12]. Tuy nhiên, việc gắn kết giữa cơ sở lý thuyết của phương pháp này với tiêu chuẩn kháng chấn hiện hành (TCXDVN 375:2006) chưa đề cập cụ thể. Phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động áp dụng khi tính toán động lực đối với hệ nhiều bậc tự do, không chỉ đối với tác động động đất mà còn đối với tác động gió. Vì vậy, trước khi trình bày phương pháp này đối với hệ nhiều bậc tự do, cần thiết phải xem xét phương pháp phổ phản ứng trong tính toán động đất đối với hệ 1 bậc tự do.



Hình 1. Dao động của hệ 1 bậc tự do dưới tác dụng của gia tốc nền $\ddot{u}_0(t)$

Xét hệ 1 bậc tự do chịu tác dụng của chuyển động đất nền cho ở hình 1. Theo nguyên lý d'Alembert, phương trình dao động của hệ một bậc tự do theo phương x (hay u) được viết như sau [9]:

$$m(\ddot{u}(t) + \ddot{u}_0(t)) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (1a)$$

$$\text{hay } m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_0 \quad (1b)$$

$$\text{hoặc } \ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u = -\ddot{u}_0 \quad (1c)$$

với điều kiện đầu là: $u(0) = 0$ và $\dot{u}(0) = 0$.

Trong đó:

m – khối lượng tập trung, t – biến thời gian;

u, \dot{u} và \ddot{u} – dịch chuyển, vận tốc và gia tốc tương ứng theo phương ngang u tại điểm tập trung khối lượng m ;

\ddot{u}_0 - gia tốc đất nền (giản đồ gia tốc nền $a_g(t)$);

c – hệ số cản nhớt, k – độ cứng kết cấu;

Tần số riêng (tần số vòng) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (chú thích: quan hệ giữa ω với chu kỳ dao động riêng T và tần số dao động riêng f của hệ là: $\omega = \frac{T}{2\pi}$ và $T = \frac{1}{f}$);

ξ - hệ số cản nhớt không thứ nguyên, xác định như sau: $\xi = \frac{c}{2m\omega}$.

Nghiệm của phương trình (1c) là tích phân Duhamel, được biểu diễn dưới dạng:

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_0(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin(\omega_d(t-\tau)) d\tau \quad (2)$$

Trong đó $\omega_d = \omega\sqrt{1-\xi^2}$ là tần số riêng có xét đến ảnh hưởng của cản dao động.

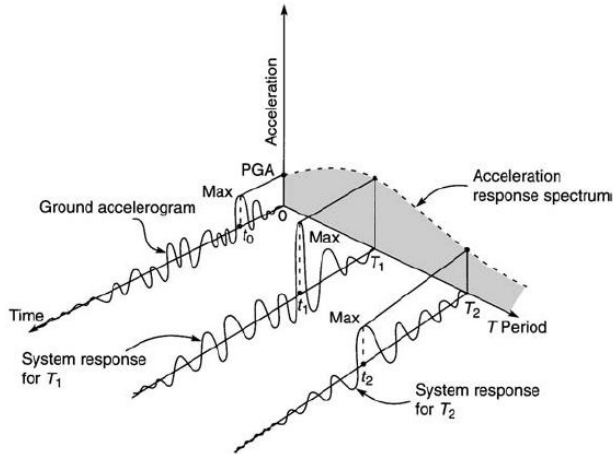
Do giá trị ξ thường nhỏ (vào khoảng 5% khi tính toán động đất) nên $\omega_d \approx \omega$.

Lực động đất tác dụng lên khối lượng m sẽ là:

$$F_b = m \times |\ddot{u}(t)| \quad (3)$$

Trong đó $\ddot{u}(t) = \frac{d^2u}{dt^2}$, $u(t)$ xác định theo công thức (2).

Khi tính toán thiết kế, cần thiết phải quan tâm đến lực động đất lớn nhất tác dụng lên khối lượng m do hàm gia tốc nền $\ddot{u}_0(t)$ gây ra. Với hàm $\ddot{u}_0(t)$ cho trước, giá trị gia tốc lớn nhất (*đỉnh gia tốc* hay *phổ*) \ddot{u}_{\max} tương ứng với tần số riêng ω (hoặc chu kỳ dao động riêng T) được xác định căn cứ vào giá trị max của tích phân Duhamel. Tập hợp các giá trị \ddot{u}_{\max} tương ứng với các chu kỳ dao động riêng T chính là đường cong phổ phản ứng gia tốc $S_a(\omega)$ (hay $S_a(T)$) đối với gia tốc nền \ddot{u}_0 cho trước. Minh họa về phổ phản ứng gia tốc S_a cho ở hình 2 [7, 9, 13, 14].



Hình 2. Đồ thị minh họa về phổ phản ứng gia tốc của kết cấu [14]

Từ công thức (2), có thể xác định được phổ phản ứng dịch chuyển, phổ phản ứng vận tốc và phổ phản ứng gia tốc (từ đây gọi là phổ gia tốc), xấp xỉ như sau:

$$(4) \quad |u|_{\max} = S_d = \frac{S_a}{\omega^2} ; |\dot{u}|_{\max} = \omega S_d = \frac{S_a}{\omega} ; |\ddot{u}|_{\max} = \omega^2 S_d = S_a$$

Như vậy lực động đất tác dụng lên kết cấu sẽ là:

$$(5) \quad F_b = m \times |\ddot{u}|_{\max} = \frac{W}{g} \times \left| \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{u}_0(\tau) e^{-\xi \omega(t-\tau)} \sin(\omega(t-\tau)) d\tau \right|_{\max} = W \times \frac{S_a(\omega)}{g}$$

Trong đó: g – gia tốc trọng trường, W – trọng lượng kết cấu, $S_a(\omega)$ - phổ gia tốc.

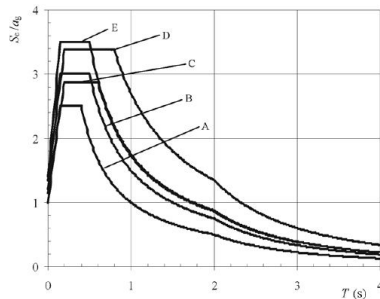


Figure 3.2: Recommended Type 1 elastic response spectra for ground types A to E (5% damping)

Hình 3. Phổ dạng 1 (Eurocode 8) [2]

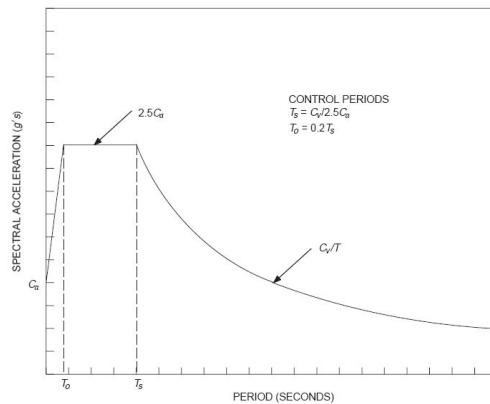


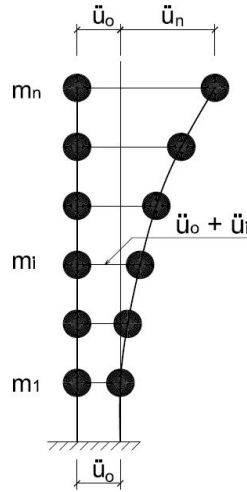
FIGURE 16-3—DESIGN RESPONSE SPECTRA

Hình 4. Phổ dạng UBC:1997 [3]

Phổ gia tốc xác định theo (5) là phổ đàn hồi. Trong các tiêu chuẩn kháng chấn, phổ gia tốc sử dụng trong thiết kế thường là các đường cong trơn đã được **chuẩn hóa**, thuận tiện cho người sử dụng, đảm bảo an toàn công trình, có xét đến sự làm việc ngoài miền đàn hồi (tính dẻo của kết cấu), các đặc tính địa chấn của quốc gia hay khu vực (đỉnh gia tốc nền, chu kỳ trội của giản đồ gia tốc, thời gian kéo dài của động đất, nguồn phát sinh động đất...) và loại đất nền theo điều kiện động đất. Người thiết kế, căn cứ vào chu kỳ dao động riêng cơ bản của công trình, có thể xác định được giá trị của phổ gia tốc tương ứng. Từ đó, xác định được lực động đất tác dụng lên công trình. Phổ động đất đàn hồi (chưa chia cho hệ số ứng xử q theo Eurocode 8 hay chưa chia cho hệ số vượt cường độ R theo UBC:1997) được thể hiện trong các hình 3 và hình 4.

3. Hệ nhiều bậc tự do và phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động

Xét dao động của hệ n bậc tự do cho ở hình 5. Theo nguyên lý d'Alembert, hệ phương trình dao động của hệ nhiều bậc tự do dưới tác dụng của gia tốc nền $\ddot{u}_0(t)$ theo phương x (hay u) được biểu diễn như sau [9]:



Hình 5. Hệ n bậc tự do

$$[M]\{\ddot{\mathbf{u}}\} + [c]\{\dot{\mathbf{u}}\} + [k]\{\mathbf{u}\} = 0 \quad (6a)$$

$$\text{hay } [M]\{\ddot{\mathbf{u}}\} + [c]\{\dot{\mathbf{u}}\} + [k]\{\mathbf{u}\} = -[M]\{\ddot{\mathbf{u}}_0\} \quad (6b)$$

Trong đó: $\{\mathbf{u}\}^T = \{u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n\}$, $\{\dot{\mathbf{u}}\}^T = \{\dot{u}_1 \ \dot{u}_2 \ \dots \ \dot{u}_n\}$, $\{\ddot{\mathbf{u}}\}^T = \{\ddot{u}_1 \ \ddot{u}_2 \ \dots \ \ddot{u}_n\}$,
 $\{\ddot{\mathbf{u}}_0\}^T = \{\ddot{u}_0 \ \ddot{u}_0 \ \dots \ \ddot{u}_0\}$;

$\ddot{u}_0 = \ddot{u}_0(t)$ - là gia tốc đất nền (đã trình bày ở mục 2 đối với hệ 1 bậc tự do),

$u_i, \dot{u}_i, \ddot{u}_i$ - chuyển vị, vận tốc, gia tốc tại điểm tập trung khối lượng ở tầng thứ i , $\dot{u}_i(t) = \frac{du_i}{dt}$,

$$\ddot{u}_i(t) = \frac{d^2 u_i}{dt^2},$$

$[M]$ - ma trận khối lượng, $[c]$ - ma trận cản vận tốc, $[k]$ - ma trận độ cứng, xác định như sau:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix}; [c] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}; [k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

m_i - tập trung khối lượng tại tầng thứ i , $i = 1, 2, \dots, n$.

Giải hệ phương trình vi phân (6b) khó do các phương trình phụ thuộc lẫn nhau không phải là các phương trình vi phân độc lập như bài toán dao động của hệ 1 bậc tự do.

Tuy nhiên, để biến hệ phương trình vi phân (6b) thành hệ n phương trình vi phân độc lập, dùng phép biến đổi *modal* (phép biến đổi *dạng dao động*), véc-tơ biến $\{\mathbf{u}\}$ sẽ thay thế bằng véc-tơ các biến mới $\{\mathbf{Y}\}$, cụ thể là:

$$\{\mathbf{u}\} = [\Phi]\{\mathbf{Y}\} \quad (7)$$

trong đó:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix} - \text{ma trận dạng dao động riêng của hệ, } \{Y\} = \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{Bmatrix} - \text{biến mới.}$$

Thế (7) vào (6b), hệ phương trình (6b) trở thành:

$$[M][\Phi]\{\ddot{Y}\} + [c][\Phi]\{\dot{Y}\} + [k][\Phi]\{Y\} = -[M]\{\ddot{u}_0\} \quad (8)$$

Nhân cả 2 vế của hệ phương trình (8) với $[\Phi]^T$ dẫn đến:

$$[\Phi]^T [M][\Phi]\{\ddot{Y}\} + [\Phi]^T [c][\Phi]\{\dot{Y}\} + [\Phi]^T [k][\Phi]\{Y\} = -[\Phi]^T [M]\{\ddot{u}_0\} \quad (9)$$

Do tính chất trực giao của ma trận dạng dao động riêng và các ma trận $[M]$ và $[k]$ là các ma trận đối xứng dương, $[c]$ là ma trận cản truyền thống [9] nên các ma trận $[\Phi]^T [M][\Phi]$, $[\Phi]^T [c][\Phi]$ và $[\Phi]^T [k][\Phi]$ chỉ là các ma trận đường chéo. Ví dụ $[\Phi]^T [M][\Phi]$ trở thành:

$$[\Phi]^T [M][\Phi] = \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{m}_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

Trong đó: $\bar{m}_i = \sum_{j=1}^n m_j \phi_{ij}^2$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Hệ phương trình vi phân (9) sẽ bao gồm n phương trình vi phân độc lập như sau:

$$\ddot{Y}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = -\frac{\{\phi\}_i^T \{m\} \ddot{u}_0}{\bar{m}_i} \quad (11)$$

Trong đó: $i = 1, 2, \dots, n$;

$\{\phi\}_i^T = \{\phi_{i1} \quad \phi_{i2} \quad \dots \quad \phi_{in}\}$ - véc-tơ dạng dao động của dạng thứ i ;

$\{m\}^T = \{m_1 \quad m_2 \quad \dots \quad m_n\}$ - véc-tơ khối lượng tập trung tại các tầng;

$\xi_i = \frac{c_{ii}}{2m_i \omega_i}$ - hệ số cản dao động tương ứng với dạng dao động thứ i ;

ω_i - tần số riêng thứ i của hệ.

Phương trình (11), tương ứng với dạng dao động thứ i , có thể viết dưới dạng sau:

$$\ddot{Y}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = -\frac{\left(\sum_{j=1}^n \phi_{ij} m_j \right)}{\sum_{j=1}^n m_j \phi_{ij}^2} \times \ddot{u}_0 \quad (12)$$

Hệ phương trình vi phân dao động của hệ n bậc tự do (6b) sẽ tương đương với n phương trình vi phân độc lập dạng (12) tương ứng với n dạng dao động riêng của hệ ($i = 1, 2, \dots, n$).

Phương trình (12) tương ứng với dạng dao động riêng thứ i , giống như phương trình (1c) đối với hệ 1 bậc tự do. Đây là phương trình vi phân tuyến tính nên phổ gia tốc của $\ddot{Y}_i(t)$ sẽ là:

$$|\ddot{Y}_i|_{\max} = \frac{\sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l}{\sum_{l=1}^n m_l \phi_{il}^2} S_a(\omega_i) \quad (13)$$

Công thức (7) về quan hệ giữa $\{\mathbf{u}\}$ và $\{\mathbf{Y}\}$, viết dưới dạng ma trận đầy đủ sẽ như sau:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \dots \\ \ddot{u}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_2 \\ \dots \\ \ddot{Y}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \dots \\ \phi_{n1} \end{Bmatrix} \ddot{Y}_1 + \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \\ \dots \\ \phi_{n2} \end{Bmatrix} \ddot{Y}_2 + \dots + \begin{Bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \dots \\ \phi_{ni} \end{Bmatrix} \ddot{Y}_i + \dots + \begin{Bmatrix} \phi_{n1} \\ \phi_{n2} \\ \dots \\ \phi_{nn} \end{Bmatrix} \ddot{Y}_n \quad (14)$$

Như vậy, sự tham gia của các dạng dao động trong dao động tổng thể của hệ sẽ là:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \dots \\ \ddot{u}_n \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n \{\ddot{\mathbf{u}}_i\} = \begin{Bmatrix} \phi_{11} \ddot{Y}_1 \\ \phi_{21} \ddot{Y}_1 \\ \dots \\ \phi_{n1} \ddot{Y}_1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \phi_{12} \ddot{Y}_2 \\ \phi_{22} \ddot{Y}_2 \\ \dots \\ \phi_{n2} \ddot{Y}_2 \end{Bmatrix} + \dots + \begin{Bmatrix} \phi_{1i} \ddot{Y}_i \\ \phi_{2i} \ddot{Y}_i \\ \dots \\ \phi_{ni} \ddot{Y}_i \end{Bmatrix} + \dots + \begin{Bmatrix} \phi_{n1} \ddot{Y}_n \\ \phi_{n2} \ddot{Y}_n \\ \dots \\ \phi_{nn} \ddot{Y}_n \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Trong đó: $\{\ddot{\mathbf{u}}_i\}^T = \{\ddot{u}_{i1} \quad \ddot{u}_{i2} \quad \dots \quad \ddot{u}_{in}\}$ (16)

Gia tốc tại cao trình điểm j của dạng dao động thứ i sẽ xác định như sau: $\ddot{u}_{ij} = \phi_{ij} \ddot{Y}_i$ (do $\phi_{ij} = \phi_{ji}$) (17)

Thay (13) vào (17), dẫn đến:

$$|\ddot{u}_{ij}|_{\max} = \phi_{ij} \times |\ddot{Y}_i|_{\max} = \frac{\phi_{ij} \sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l}{\sum_{l=1}^n m_l \phi_{il}^2} S_a(\omega_i) \quad (18)$$

Và lực động đất tác dụng tại cao trình điểm j của dạng dao động i sẽ là:

$$F_{ij} = m_j |\ddot{u}_{ij}|_{\max} = S_a(\omega_i) \times m_j \times \frac{\phi_{ij} \sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l}{\sum_{l=1}^n m_l \phi_{il}^2} \quad (19)$$

Lực động đất F_{ij} , xác định theo công thức (19), còn được viết dưới dạng sau:

a. Theo dạng công thức sử dụng trong SNIIP II-7-81*:

$$F_{ij} = S_a(\omega_i) \times m_j \times \eta_{ij} \quad (20)$$

Trong đó: $\eta_{ij} = \frac{\phi_{ij} \sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l}{\sum_{l=1}^n m_l \phi_{il}^2}$ (21)

η_{ij} được gọi là hệ số dạng dao động.

b. Theo dạng công thức sử dụng trong TCXDVN 375:2006 hay UBC:1997:

$$F_{ij} = S_a(\omega_i) \frac{m_j \phi_{ij}}{\sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l} \frac{\left(\sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l \right)^2}{\sum_{l=1}^n m_l \phi_{il}^2} = S_a(\omega_i) \frac{m_j \phi_{ij}}{\sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l} \times M_i \quad (22)$$

$$\text{Hay: } F_{ij} = S_a(\omega_i) \times M_i \times \frac{m_j \phi_{ij}}{\sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l} = F_{bi} \times \frac{m_j \phi_{ij}}{\sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l} \quad (23)$$

$$\text{Trong đó: } M_i = \frac{\left(\sum_{l=1}^n \phi_{il} m_l \right)^2}{\sum_{l=1}^n m_l \phi_{il}^2} \quad (24)$$

$$F_{bi} = S_a(\omega_i) \times M_i = \frac{S_a(T_i)}{g} \times W_i \quad (25)$$

Trong các công thức (24) và (25), M_i và W_i được gọi là khối lượng và trọng lượng hữu hiệu của hệ tương ứng với dạng dao động thứ i , F_{bi} là lực cắt đáy ứng với dạng dao động thứ i . Do tính chất trực giao của các dạng dao động nên: $M = \sum_{i=1}^n M_i$ và $W = \sum_{i=1}^n W_i$, trong đó M và W là khối lượng và trọng lượng của hệ.

Lực cắt đáy F_{bi} xác định theo công thức (25) cũng dựa trên phổ phản ứng của hệ 1 bậc tự do nhưng ứng với chu kỳ dao động riêng T_i .

Sau khi biết các lực động đất F_{ij} tác dụng lên cao trình thứ j của dạng dao động thứ i , hệ quả tác động động đất E_i (nội lực: mô-moment, lực dọc, lực cắt trong các cấu kiện, chuyển vị, độ võng v.v.) có thể xác định theo các phương pháp của cơ học kết cấu đối với bài toán tĩnh học thông thường.

Phương pháp đã trình bày ở trên được gọi là phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động.

4. Tổ hợp các dạng dao động

Do phổ phản ứng (hay đỉnh) của các dạng dao động thứ i ($i = 1, 2, \dots, n$) không xảy ra đồng thời nên việc xác định phổ phản ứng tổng thể của hệ kết cấu nhiều bậc tự do có nhiều cách gần đúng khác nhau.

Cách đơn giản nhất là cộng các giá trị tuyệt đối của hệ quả tác động động đất E_i (ứng với dạng thứ i) của tất cả các dạng dao động lại:

$$E_{\max} = \sum_{i=1}^n |E_{i \max}| \quad (26)$$

Đây chính là các giá trị trên của tổ hợp các dạng dao động cần xét. Tổ hợp này gọi là tổ hợp tổng các giá trị tuyệt đối hay thường gọi là phương pháp ABSSUM (the absolute sum of modal combination rule [9]). Tổ hợp tổng các giá trị tuyệt đối ABSSUM thường quá thiên về an toàn.

Phương pháp tổ hợp thứ hai là phương pháp lấy căn bậc hai các tổng bình phương của các hệ quả tác động hay còn gọi là phương pháp SRSS (the square-root-of-sum-of-squares rules):

$$E_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^k E_i^2} \quad (27)$$

Phương pháp này do E. Rosenblueth [15] kiến nghị trong luận án tiến sĩ (Ph.D. thesis) của mình năm 1951. Phương pháp SRSS được sử dụng trong TCXDVN 375:2006, Eurocode 8, UBC:1997 và SNiP II-7-81* khi phản ứng của hai dạng dao động i và j là độc lập với nhau.

Phản ứng của hai dạng dao động i và j được xem là độc lập với nhau (ngược lại là phụ thuộc lẫn nhau) nếu các chu kỳ T_i và T_j thỏa mãn các điều kiện sau [5, 7]:

$$T_i/T_j < 0.9 \text{ hoặc } T_i/T_j > 1 / 0.9 \quad (28)$$

Trong trường hợp phản ứng của hai dạng dao động i và j là phụ thuộc lẫn nhau (các chu kỳ T_i và T_j là rất gần nhau), thì giá trị lớn nhất của hệ quả của tác động động đất E_E sẽ lấy bằng:

$$E_E = \sqrt{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k r_{ij} E_i E_j} \quad (29)$$

Trong công thức (29), r_{ij} được xác định như sau:
$$r_{ij} = \frac{8 \left(\sqrt{\xi_i \xi_j} \right) (\xi_i + \rho \xi_j) \cdot \rho^{3/2}}{(1 - \rho^2)^2 + 4 \xi_i \xi_j \rho (1 + \rho^2) + 4 (\xi_i^2 + \xi_j^2) \rho^2} \quad (30)$$

Trong đó: $\rho = T_j / T_i$, ξ_i và ξ_j là hệ số cản nhớt lấy bằng 0.05 (5%).

Phương pháp tổ hợp dao động lấy theo công thức (29) được gọi là phương pháp tổ hợp bình phương đầy đủ CQC (the complete quadratic combination). Phương pháp này do Der Kiureghian [16] kiến nghị năm 1981.

5. Phương pháp phân tích tĩnh lực ngang tương đương

Tiêu chuẩn TCXDVN 375:2006 và UBC:1997 sử dụng phương pháp tĩnh lực ngang tương đương để tính toán động đất đối với hệ nhiều bậc tự do nhưng hạn chế đối với nhà thấp hơn 20 tầng. Mục này sẽ trình bày cơ sở của phương pháp này.

Trong hệ nhiều bậc tự do, tổng lực cắt đáy xét đến ảnh hưởng của tất cả các dạng dao động sẽ nhỏ hơn tổng lực cắt đáy lấy theo phương pháp tổ hợp tổng các giá trị tuyệt đối ABSSUM:

$$F_b \leq \sum_{i=1}^n |F_{bi}| = \sum_{i=1}^n \left| \frac{S_a(T_i)}{g} \times W_i \right| \quad (31)$$

Trong đó: W_i - trọng lượng hữu hiệu của toàn hệ tương ứng với dạng dao động thứ i , tần số riêng ω_i được thay bằng chu kỳ dao động riêng thứ i là T_i .

Theo [9], nếu các giá trị $S_a(T_i)$ đều bằng nhau và bằng $S_a(T_1)$ thì giá trị tổng lực cắt đáy sẽ xấp xỉ:

$$F_b = \sum_{i=1}^n \left| \frac{S_a(T_i)}{g} \times W_i \right| = \frac{S_a(T_1)}{g} \times \sum_{i=1}^n W_i = \frac{S_a(T_1)}{g} \times W \quad (32)$$

Tiêu chuẩn Mỹ UBC:1997 sử dụng công thức (32) cho phương pháp tĩnh lực ngang tương đương. Trong tiêu chuẩn châu Âu và TCXDVN 375:2006, giá trị W ở công thức (32) được nhân thêm hệ số hiệu chỉnh λ ($\lambda = 0.85$ nếu $T_1 \leq 2T_C$ với nhà cao hơn 2 tầng hoặc $\lambda=1.0$ với các trường hợp khác). Đối với nhà cao hơn 20 tầng, λ thường lấy bằng 1.0, nên công thức (32) cũng áp dụng cho loại nhà này trong Eurocode 8 hay TCXDVN 375:2006.

Tuy nhiên, trong các nhà cao tầng ứng với dạng dao động riêng thứ i ($i > 1$) thì $S_a(T_i)$ luôn lớn hơn $S_a(T_1)$. Vì vậy, việc áp dụng phương pháp tĩnh lực ngang tương đương để tính toán động đất có những hạn chế nhất định như đã trình bày [1-3].

Phân bố lực động đất F_k lên tầng thứ k xác định theo công thức (33) với giả thiết dạng dao động cơ bản lấy gần đúng bằng các chuyển vị ngang tầng tuyến tính dọc theo chiều cao nhà:

$$F_k = F_b \frac{z_k W_k}{\sum_{j=1}^n z_j W_j} \quad (33)$$

Trong đó: z_k và z_j là độ cao của trọng lượng W_k và W_j so với điểm đặt lực cắt đáy F_b .

Khi tính động đất theo SNiP II-7-81*, tổ hợp dao động lấy theo phương pháp SRSS. Đối với nhà có chu kỳ $T_1 < 0.4$ s, nếu chỉ xét 1 dạng dao động cơ bản thì lực cắt đáy hay hệ quả tác động của hệ nhiều bậc tự do lấy gần bằng các giá trị tương ứng của dạng dao động thứ nhất:

$$E_E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_n^2} \approx E_1 = \frac{S_a(T_1)}{g} W_1 \quad (34)$$

Trong đó W_1 là trọng lượng hữu hiệu của hệ ứng với dạng dao động thứ nhất và luôn nhỏ hơn tổng trọng lượng của hệ W .

Trong công thức (34), các giá trị E_2, E_3, \dots bỏ qua vì với $T_1 < 0.4$ s, theo SNiP ảnh hưởng của các giá trị này đến phản ứng tổng thể của hệ bé.

Từ (32) và (34), có thể thấy rằng tính toán động đất sử dụng phương pháp tĩnh lực ngang tương đương chỉ kể đến 1 dạng dao động riêng theo tiêu chuẩn Mỹ và Nga có sự khác nhau. Lực động đất tính theo (32) luôn lớn hơn (34) vì trong (32) đã xét toàn bộ trọng lượng của hệ.

6. So sánh giữa hai phương pháp tĩnh lực ngang tương đương và phổ phản ứng nhiều dạng dao động

Phương pháp tĩnh lực ngang tương đương trong TCXDVN 375:2006 có thể áp dụng đối với nhà cao dưới 20 tầng nhưng phải thỏa mãn các tiêu chí về tính đều đặn theo chiều cao, ngược lại phải áp dụng phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động khi tính toán động đất. Vì vậy, mục này sẽ trình bày các ví dụ tính toán động đất đối với nhà cao tầng có tính đều đặn theo chiều cao (độ cứng phân bố tương đối đều theo chiều cao nhà, khối lượng các tầng xem như xấp xỉ bằng nhau) theo phương pháp tĩnh lực ngang tương đương và phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động. Các so sánh và nhận xét về các kết quả tính toán theo 2 phương pháp cũng được trình bày trong mục này.

Các thông số đầu vào và kết quả ra của các ví dụ tính toán động đất như sau:

- Số tầng $N = 20, 30$ và 40 tầng trong đó trị số 40 tầng là số tầng lớn nhất có thể áp dụng đường cong phổ gia tốc thiết kế trong TCXDVN 375:2006, trị số 20 tầng là số tầng cho phép chấp nhận trong tiêu chuẩn đối với phương pháp tĩnh lực ngang tương đương;

- Tiêu chuẩn áp dụng: TCXDVN 375:2006;

- Tổng trọng lượng công trình: W (với giả thiết khối lượng tập trung tại các tầng xấp xỉ bằng nhau). Để đơn giản, xem độ cứng (EI) của nhà không đổi theo chiều cao;

- Chiều cao tầng: h , ví dụ nhà có 30 tầng thì chiều cao nhà $H = 30 * h$;

- Đỉnh gia tốc nền thiết kế: a_g (gia tốc nền chỉ theo phương x hay u);

- Hệ số ứng xử kết cấu $q = 3.9$ ứng với hệ kết cấu bê tông có độ dẻo trung bình (Ductility class medium – DCM) và là hệ khung-lõi-vách nhiều tầng, nhiều nhịp, hệ khung kép

- Chu kỳ dao động riêng xác định như sau (theo phương pháp giải tích và kiểm chứng lại bằng máy tính đối với dao động của thanh consol chiều cao H , độ cứng EI và khối lượng tập trung tại các tầng bằng nhau): $T_1 = 0.1n$, $T_2 = 0.160T_1$, $T_3 = 0.057T_1$, $T_4 = 0.0291T_1$, $T_5 = 0.0118T_1$ và $T_6 = 0.0084T_1$;

- Các dạng dao động riêng được xác định chính xác bằng chương trình máy tính;

- Phương pháp phân tích: SRSS – phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động tổ hợp lấy căn bậc hai các tổng bình phương của các hệ quả tác động, SEM – phương pháp tĩnh lực ngang tương đương (SEM – Static equivalent method), SEM_MODIFIED - *phương pháp tĩnh lực ngang tương đương có cải tiến*;

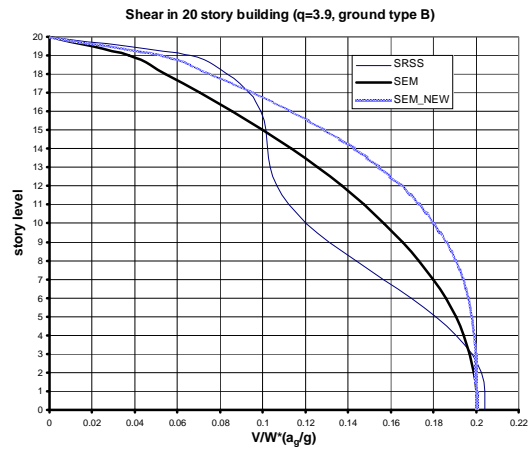
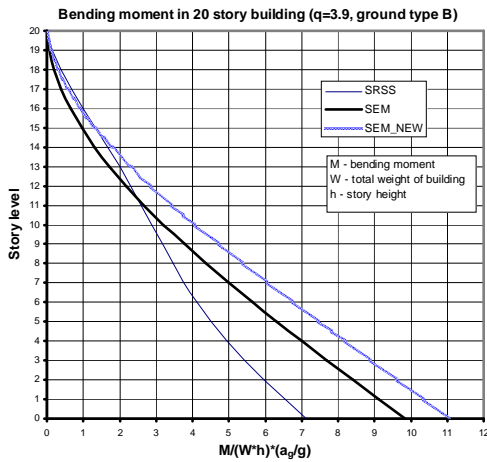
- Số dạng dao động xét trong tính toán: 6 dạng dao động, tổng trọng lượng hữu hiệu xấp xỉ 95% tổng lượng của kết cấu;

- Kết quả ra là: lực cắt đáy và lực cắt tại các tầng, mô men đáy và mô men tại các tầng.

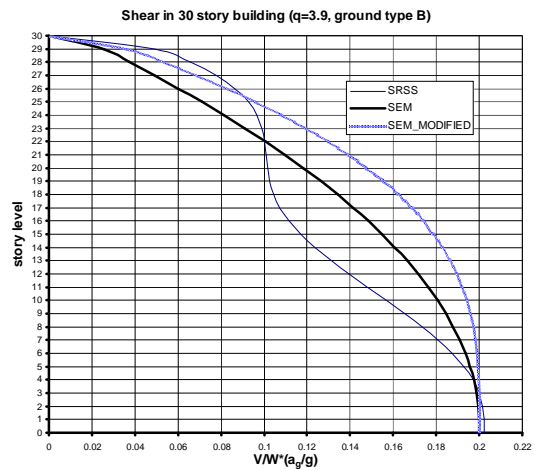
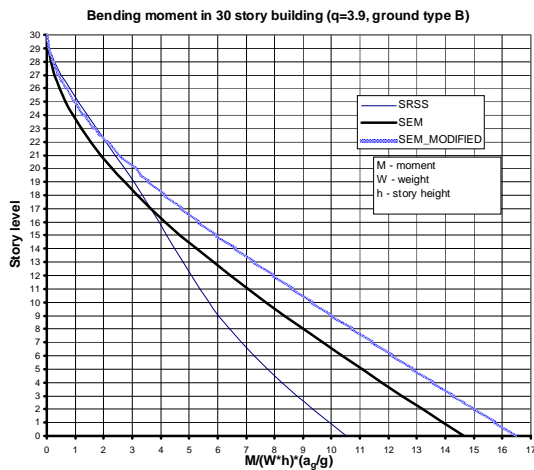
Phương pháp tính lực ngang tương đương có cải tiến ở đây là phương pháp tính lực ngang tương đương trong TCXDVN 375:2006 với phân bố lực động đất lên các cao trình tầng xác định với giả thiết dạng dao động cơ bản lấy gần đúng bằng các chuyển vị ngang tầng theo hàm bậc 2 dọc theo chiều cao nhà gần giống như khuyến nghị trong tiêu chuẩn Mỹ ASCE 7-05 [17] vì dạng phân bố này thích hợp với ứng xử của nhà cao tầng hơn và thiên về an toàn hơn so với dạng phân bố tuyến tính:

$$F_k = F_b \frac{z_k^2 W_k}{\sum_{j=1}^n z_j^2 W_j} \quad (37)$$

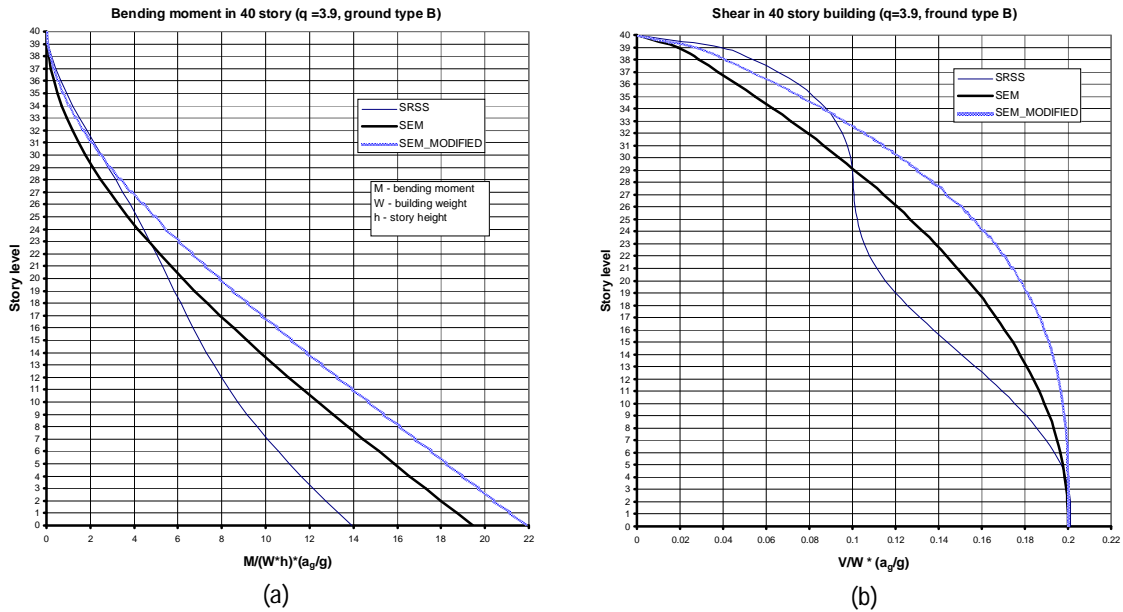
Biểu đồ mô-men (M), lực cắt (V) tại các tầng của các nhà 20, 30 và 40 tầng cho trong các hình 7, 8 và 9. Để đơn giản, biểu đồ lực cắt trong các hình này được vẽ theo đường cong trơn dọc theo chiều cao nhà lấy theo giá trị lực cắt tại các tầng. Trục hoành trong các hình 7-9 là giá trị không thứ nguyên $M/(W \times h) \times (a_g/g)$ và $V/W \times (a_g/g)$, trục tung là cao trình các tầng.



Hình 7. Nhà 20 tầng: (a) mô-men tại các tầng, (b) lực cắt tại các tầng



Hình 8. Nhà 30 tầng: (a) mô-men tại các tầng, (b) lực cắt tại các tầng



Hình 9. Nhà 40 tầng: (a) mô-men tại các tầng, (b) lực cắt tại các tầng

Kết quả tính toán cho thấy, khoảng từ 1/2 đến 2/3 chiều cao nhà xuống móng, mô-men và lực cắt tại các tầng tính theo phương pháp tĩnh lực ngang tương đương lớn hơn so với kết quả tính theo phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động, trong đó mô-men tại dưới chân công trình lớn hơn khoảng 40%. Ngược lại, từ 1/3 chiều cao nhà lên tới đỉnh, lực cắt và mô-men tính theo phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động lớn hơn so với phương pháp tĩnh lực ngang tương đương. Ứng xử của nhà 20, 30 và 40 tầng đối với 2 phương pháp này là tương đối như nhau.

Tính toán theo phương pháp tĩnh lực ngang tương đương cải tiến cho kết quả an toàn hơn so với phương pháp tĩnh lực ngang tương đương và phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động. Phản ứng của kết cấu tại khu vực 1/3 chiều cao tính từ đỉnh nhà sát với phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động hơn so với phương pháp tĩnh lực ngang tương đương.

7. Kết luận và kiến nghị

Bài báo đã trình bày cơ sở lý thuyết của phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động áp dụng trong tiêu chuẩn TCXDVN 375:2006 hay UBC:1997. Cơ sở để đưa ra các công thức xác định tổng khối lượng hay tổng trọng lượng hữu hiệu của kết cấu ứng với các dạng dao động riêng và tổ hợp các dạng dao động khi thiết kế kháng chấn cứng đã được trình bày cụ thể. Người đọc có thể dễ dàng nắm được bản chất của phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động. Bài báo cũng trình bày rõ, phương pháp tính toán động đất trong tiêu chuẩn Nga SNIIP II-7-81* về mặt phương pháp luận (lý thuyết) cũng tương tự như phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động sử dụng trong các tiêu chuẩn Âu, Mỹ.

Ngoài ra, bài báo cũng giải thích cơ sở của phương pháp tĩnh lực ngang tương đương áp dụng trong các tiêu chuẩn Âu-Mỹ. Các ví dụ tính toán động đất theo TCXDVN 375:2006 đối với các nhà cao tầng có tính đều đặn theo chiều cao với số tầng 20, 30 và 40 tầng đã được thực hiện theo phương pháp tĩnh lực ngang tương đương, phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động và phương pháp tĩnh lực ngang tương đương có cải tiến. Các nhận xét và so sánh về lực cắt, mô-men tại các cao trình tầng cho thấy phương pháp tĩnh lực ngang tương đương cho các kết quả thiên về an toàn so với phương pháp phổ phản ứng đối với cả mô-men và lực cắt tầng (bao gồm cả lực cắt đáy) ở khu vực khoảng 1/2 chiều cao nhà trở xuống (móng). Từ khu vực 1/3 chiều cao nhà trở lên (đỉnh), chênh lệch về mô-men tại các tầng ít, nhưng lực cắt tính theo phương pháp tĩnh lực ngang tương đương nhỏ hơn so với phương pháp phổ phản ứng. Điều này xảy ra với cả nhà 20 tầng là nhà mà phương pháp tĩnh lực ngang tương đương được phép áp dụng trong TCXDVN 375:2006 và nhà 30 và 40 tầng (các nhà không được phép áp dụng). Căn cứ vào các kết quả tính toán, có thể sử dụng được phương pháp tĩnh lực ngang trong tính toán động đất đối với nhà cao tầng, trong đó khu vực phía trên (1/3 nhà) có khả năng nguy hiểm về lực cắt so với tính theo phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động thường được bù lại đối với trường hợp tải trọng khác hoặc nên xem xét bù lại bằng cấu tạo khi thiết kế (do lực cắt ở khu vực bù này thường nhỏ).

Bài báo cũng đã kiến nghị phương pháp tĩnh lực ngang tương đương có cải tiến đối với nhà cao từ 20 tầng trở lên (đến 40 tầng) với phân bố lực động đất lên các cao trình tầng xác định với giả thiết dạng dao động cơ bản lấy gần đúng bằng các chuyển vị ngang tầng theo hàm bậc 2 dọc theo chiều cao nhà do dạng phân bố này thích hợp với ứng xử của nhà cao tầng hơn so với dạng tuyến tính. Kết quả tính toán so sánh giữa phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động, phương pháp tĩnh lực

ngang tương đương và phương pháp tĩnh lực ngang tương đương có cải tiến cho thấy phương pháp tĩnh lực ngang tương đương có cải tiến cho kết quả an toàn nhất trong 3 phương pháp và phản ứng của công trình tại khu vực phía trên 1/3 chiều cao nhà sát với phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động. Các kết quả tính toán động đất với các loại đất nền khác nhau, hệ số ứng xử khác nhau đã được thực hiện bởi tác giả cũng cho các ứng xử tương tự (do hạn chế về độ dài của bài nên không trình bày trong bài báo này). Vì vậy, đối với nhà cao hơn 20 tầng có thể kiến nghị phương pháp tĩnh lực ngang tương đương có cải tiến trong tính toán động đất nếu không áp dụng phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động.

Cuối cùng, trong tính toán động đất đối với nhà cao tầng mặc dù đã thực hiện theo phương pháp phổ phản ứng nhiều dạng dao động theo quy định của TCXDVN 375:2006, cần thiết phải kiểm tra lại theo phương pháp tĩnh lực ngang tương đương đặc biệt đối với phần nền-móng (do tải tác dụng lên cọc ảnh hưởng do mô-men uốn tại chân nhà lớn), các kết cấu và cấu kiện ở các tầng từ 1/2 chiều cao nhà trở xuống.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. TCXDVN 375:2006. Thiết kế kết cấu chịu động đất, *Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2006.*
2. BS EN 1998-1:2004. (Eurocode 8) Design of structures for earthquake resistance. *British Standard institution, April, UK, 2005, 229 p.*
3. UBC:1997. Uniform Building Code, Vol. 2. *International Conference of Building Officials, Whittier, CA, USA.*
4. NGUYỄN ĐẠI MINH và NGUYỄN HOÀNG ANH. Xác định tải trọng động đất tác dụng lên công trình theo TCXDVN 375:2006: Quy trình đơn giản, *Tạp chí KHCN Xây dựng, Viện KHCN Xây dựng, Hà Nội, 2008.*
5. Viện KHCN Xây dựng. Hướng dẫn thiết kế nhà cao tầng bằng bê tông cốt thép chịu động đất theo tiêu chuẩn TCXDVN 375:2006, *Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2008.*
6. SNIIP II-7-81*. Xây dựng trong vùng có động đất (tiếng Nga), *Nhà xuất bản Stroizdat, Moscow, 2001.*
7. Fardis, M. Carvalho, E., Faccioli, E., Pinto P. and Plumier, A. Designers' guide to EN 1998-1 and EN 1998-5 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – General rules, seismic actions, design rules for buildings, foundations and retaining structures, *ThomasTelford, UK, 279 p.*
8. Pinho, R. and Crowley, H. Revisiting eurocode 8 formulae for periods of vibration and their employment in linear seismic analysis, Proc. of Eurocode 8 perspectives from Italian standpoint workshop, E. Cosenza (ed.), *Napoli, Italy, 2009, pp. 95-108.*
9. Chopra, A. K. Dynamic of structures, *Prentice Hall International, US, 2001, 844 p.*
10. Clough, R. W. and Penzien, J. Dynamics of structures, *Computers & Structures Inc., USA, 2003, 730 p.*
11. Key, D. Thực hành thiết kế chống động đất cho công trình xây dựng, *Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 1997, 266 trang.*
12. NGUYỄN LÊ NINH. Động đất và thiết kế công trình chịu động đất, *Nhà xuất bản xây dựng, Hà Nội, 2007, 513 trang.*
13. Penelis, G. G. and Kappos, A. J. Earthquake-resistant concrete structures, *E & FN Spon, An Imprint of Chapman & Hall, London, UK, 1997, 572 p.*
14. Bungale, S. T. Wind and earthquake resistant buildings – Structural analysis and design, *Marcel Dekker, USA, 2005, 892 p.*
15. Rosenblueth, E. A basis for aseismic design, *Ph.D. thesis, University of Illinois at Urbana, USA, 1951.*
16. Der Kiureghian, A. A response spectrum method for random vibration analysis of MDF system, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 9, 1981, pp. 419-435.*
17. ASCE/SEI 7-05. Minimum design loads for buildings and other structures, *published by American Society of Civil Engineers, Virginia, USA, 2006, 338 p.*