

**PHÂN TÍCH VÙNG ĐÈO BẬC HAI KHUNG THÉP PHẪNG
VỚI DẦM THÉP - BÊ TÔNG LIÊN HỢP**
PLASTIC-ZONE SECOND-ORDER ANALYSIS OF PLANAR STEEL
FRAMES WITH STEEL-CONCRETE COMPOSITE BEAMS

ThS. **LÊ PHƯƠNG BÌNH**

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP. Hồ Chí Minh

ThS. **LÊ VĂN BÌNH**, TS. **ĐINH THẾ HƯNG**, PGS.TS. **NGÔ HỮU CƯỜNG**

Trường Đại học Bách Khoa TP. Hồ Chí Minh, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh

Tóm tắt: Một phần tử hữu hạn dầm – cột được thiết lập để áp dụng cho phân tích vùng dẻo bậc hai của khung phẳng gồm cột thép và dầm thép – bê tông liên hợp chịu tải trọng tĩnh. Công thức năng lượng và phương pháp thế năng toàn phần dừng được áp dụng để thiết lập ma trận độ cứng của phần tử có kể đến hiệu ứng bậc hai. Ma trận độ cứng có tích hợp hiệu ứng bậc hai và ứng xử vùng dẻo được thực thi trong một chương trình máy tính được phát triển bằng ngôn ngữ lập trình C++ để phân tích tĩnh phi tuyến hệ khung phẳng liên hợp thép – bê tông. Chương trình phân tích được chứng minh là chính xác qua việc so sánh kết quả phân tích đạt được với kết quả của các nghiên cứu trước.

Từ khóa: Khung thép-bê tông liên hợp, vùng dẻo, hiệu ứng bậc hai, phân tích phi tuyến.

Abstract: A beam-column finite element is formulated to apply for second-order plastic-zone analysis of steel column and steel-concrete composite beam planar frames subjected to static loading. The energy formulation and the principle of stationary total potential energy is applied to formulate the stiffness matrix of the element with the consideration of second-order effects. The stiffness matrix integrated second-order effects and plastic-zone behavior is implemented in a computer program developed by C++ programming language for static nonlinear analysis of the planar steel-concrete composite frames. The analysis program is verified to be accurate through the comparison of obtained analysis results with those of previous studies.

Keywords: steel-concrete composite frames, plastic-zone, second-order effects, nonlinear analysis.

1. Giới thiệu

Kết cấu thép – bê tông liên hợp là loại kết cấu được cấu tạo từ thép kết cấu kết hợp với bê tông

cốt thép để chúng cùng tham gia chịu lực. Loại kết cấu này đã tích hợp được những ưu điểm nổi bật của hai loại vật liệu khác nhau là thép và bê tông cốt thép để tạo thành một hệ kết cấu có khả năng làm việc tốt hơn như có cường độ cao, có độ dẻo dai lớn, cấu kiện kết cấu thanh mảnh hơn kết cấu bê tông cốt thép và tăng khả năng chịu lửa so với việc chỉ sử dụng kết cấu thép đơn thuần. Bên cạnh đó, thời gian thi công hệ kết cấu liên hợp cũng khá nhanh. Loại kết cấu này thường được sử dụng cho các tòa nhà văn phòng và thương mại. Một trong những loại kết cấu liên hợp phổ biến là kết cấu khung thép nhưng có dầm là thép – bê tông liên hợp. Phần bê tông cốt thép của dầm liên hợp (là phần sàn bê tông cốt thép liên kết với dầm thép thông qua các chốt chịu cắt) không chỉ đóng vai trò tăng cường độ và độ cứng của dầm mà còn là lớp bảo vệ chống cháy và chống ăn mòn.

Đã có nhiều nghiên cứu về ứng xử kết cấu của dầm bê tông – thép liên hợp cả về lý thuyết (Newmark 0, Owen cùng cộng sự 2, Gattesco 3, Dall'Asta A và Zona 45, Pi cùng cộng sự 6, Queiroza cùng cộng sự 7) và thực nghiệm (Chapman & Balakrishnan (1964) 8, Ansourian (1981) 9). Trong thực tế, các dầm chính liên hợp thường được liên kết cứng với cột thép để tạo thành khung liên hợp. Tuy nhiên, các nghiên cứu về khung liên hợp còn chưa nhiều do tính chất phức tạp của nó. Năm 2001, Liew cùng cộng sự 10 đã trình bày một phương pháp phân tích phi đàn hồi có thể cung cấp đủ độ chính xác cần thiết để nghiên cứu ứng xử ở trạng thái giới hạn của khung thép có dầm sàn liên hợp chịu tác động kết hợp của tải đứng và ngang. Cột thép được mô phỏng bằng mô hình phần tử dầm - cột có khớp dẻo 2 đầu. Công thức được đề xuất để mô hình dầm liên hợp dựa vào quan hệ mô-men – độ cong của tiết diện dầm

liên hợp chịu mô-men dương và âm. Cần lưu ý rằng đây chỉ là phương pháp xấp xỉ dựa trên mô hình gần đúng chứ chưa thật chính xác. Năm 1999, Fang cùng cộng sự 11 đã đề xuất một thủ tục phân tử hữu hạn dựa trên sơ đồ tích phân số cho phân tích phi tuyến hình học và vật liệu của khung liên hợp. Sự chảy dẻo từng phần qua mặt cắt ngang được kể đến bằng sự chia lớp của mặt cắt ngang ở các điểm Gauss dọc theo chiều dài cấu kiện và sự thay đổi độ cứng dọc trục cũng được mô phỏng trong nghiên cứu. Phương pháp này có thủ tục phân tích khá phức tạp nhưng chưa kể đến tác động của ứng suất dư trong cấu kiện dầm-cột thép.

Nghiên cứu này phát triển một phần tử dầm-cột để áp dụng trong phân tích phi tuyến khung thép phẳng gồm cột thép và dầm thép – bê tông liên hợp. Phần tử này không những có khả năng mô phỏng ứng xử vùng dẻo mà còn kể đến hiệu ứng bậc hai trong phân tích. Ma trận độ cứng phần tử được xây dựng dựa trên nguyên lý thế năng toàn phần dừng. Tiết diện ngang của phần tử được chia thành nhiều thớ nhỏ giúp phản ánh trực tiếp ứng xử phi tuyến vật liệu theo phương pháp vùng dẻo, sự dịch chuyển của trục trung hòa trong suốt quá trình chảy dẻo và ảnh hưởng ứng suất dư. Độ chính xác của chương trình đã phát triển bằng ngôn ngữ lập trình C++ được kiểm chứng qua các nghiên cứu đã được công bố.

2. Mô hình phần tử hữu hạn

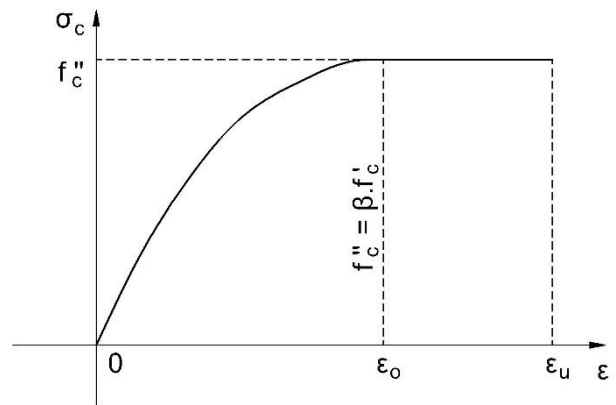
2.1 Các giả thiết

Các giả thiết sau được dùng để phát triển phần tử dầm – cột phẳng để mô phỏng cả cấu kiện cột thép lẫn dầm thép – bê tông liên hợp:

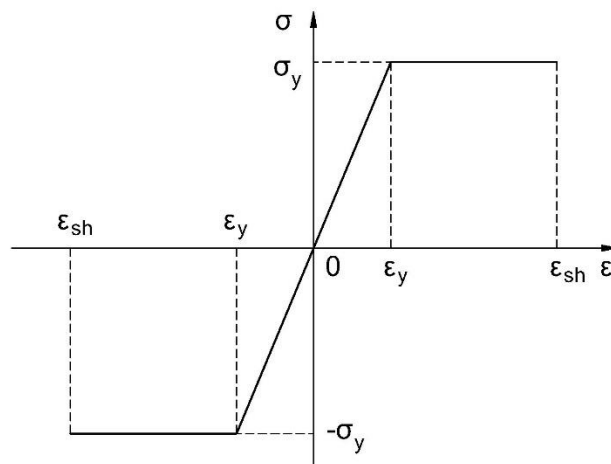
- Mặt cắt ngang phẳng vẫn còn phẳng sau biến dạng;
- Bỏ qua ảnh hưởng của biến dạng cắt;
- Bỏ qua ảnh hưởng của mô men xoắn;
- Biến dạng phần tử là nhỏ;
- Sự làm việc ngoài miền đàn hồi chỉ được đánh giá dựa vào ứng suất pháp trên tiết diện;
- Xem bản bê tông và dầm thép được tương tác toàn phần với nhau;
- Liên kết giữa dầm liên hợp với cột là liên kết cứng.

2.2 Mô hình vật liệu

Mô hình ứng suất – biến dạng của vật liệu bê tông sử dụng trong nghiên cứu này được lấy theo mô hình của Karayannis (1994) 12 (hình 1) với giả thiết bỏ qua ứng xử chịu kéo của bê tông. Mô hình ứng suất – biến dạng của thép được giả thuyết theo mô hình đàn – dẻo tuyệt đối (hình 2).



Hình 1. Ứng xử chịu nén của vật liệu bê tông



Hình 2. Ứng xử của vật liệu thép

$$\sigma_c = f_c'' \left[2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2 \right] \text{ khi } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_o \quad (1)$$

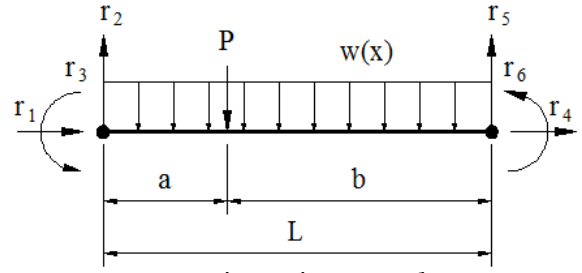
$$\sigma_c = f_c'' \text{ khi } \epsilon_c \geq \epsilon_o \quad (2)$$

trong đó: $f_c' = \beta f_c'$ - cường độ chịu nén của bê tông, với $\epsilon_o = 0.002$ suy ra:

$$\sigma_c = 1000 \epsilon_c (250 \epsilon_c + 1) f_c'' \quad (3)$$

2.3 Năng lượng biến dạng phần tử

Xét một phần tử dầm – cột điển hình có chiều dài L chịu các tải trọng gồm tải trọng phân bố w(x) và lực tập trung tác dụng ở giữa phần tử như trình bày ở hình 3. Những lực đầu mút phần tử cũng được biểu diễn trong hình.



Hình 3. Phần tử dầm – cột điển hình

Mật độ năng lượng biến dạng của một thể tích vi phân chịu một trạng thái ứng suất pháp được cho bởi tích phân tổng quát theo công thức (4):

$$u = \int_0^{\epsilon_s} \sigma_s d\epsilon_s + \int_0^{\epsilon_c} \sigma_c d\epsilon_c + \int_0^{\epsilon_r} \sigma_r d\epsilon_r \quad (4)$$

Năng lượng tổng cộng của phần tử:

$$U = U_s + U_c + U_r = \int_{V_s} \int_0^{\epsilon_s} \sigma_s d\epsilon_s dV_s + \int_{V_c} \int_0^{\epsilon_c} \sigma_c d\epsilon_c dV_c + \int_{V_r} \int_0^{\epsilon_r} \sigma_r d\epsilon_r dV_r \quad (5)$$

Đối với phần tử dầm thép:

$$\begin{aligned} U_s &= \int_{V_{es}} \int_{\epsilon_s} \sigma_s d\epsilon_s dV_{es} + \int_{V_{ps}} \left\{ \int_0^{\epsilon_y} \sigma_s d\epsilon_s + \int_{\epsilon_y}^{\epsilon_s} \sigma_y d\epsilon_s \right\} dV_{ps} \\ &= \int_{V_{es}} E_s \epsilon_s d\epsilon_s dV_{es} + \int_{V_{ps}} \left\{ \int_0^{\epsilon_y} E_s \epsilon_s d\epsilon_s + \int_{\epsilon_y}^{\epsilon_s} \sigma_y d\epsilon_s \right\} dV_{ps} \\ &= \frac{E_s}{2} \int_{V_{es}} \epsilon_s^2 dV_{es} + \sigma_y \int_{V_{ps}} \epsilon_s dV_{ps} - \frac{1}{2} \sigma_y \epsilon_y \int_{V_{ps}} dV_{ps} \end{aligned} \quad (6)$$

Đối với phần tử bê tông:

$$U_c = \int_{V_{nc}} \int_{\epsilon_c} \sigma_c d\epsilon_c dV_{nc} + \int_{V_{uc}} \left\{ \int_0^{\epsilon_o} \sigma_c d\epsilon_c + \int_{\epsilon_o}^{\epsilon_c} f_c'' d\epsilon_c \right\} dV_{uc} \quad (7)$$

Sử dụng phương trình quan hệ ứng suất – biến dạng của bê tông theo công thức (3) ta có thể viết lại như sau:

$$\begin{aligned} U_c &= \int_{V_{nc}} \int_{\epsilon_c} 1000 \epsilon_c (250 \epsilon_c + 1) f_c'' d\epsilon_c dV_{nc} \\ &+ \int_{V_{uc}} \left\{ \int_0^{\epsilon_o} 1000 \epsilon_c (250 \epsilon_c + 1) f_c'' d\epsilon_c + \int_{\epsilon_o}^{\epsilon_c} f_c'' d\epsilon_c \right\} dV_{uc} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} U_c &= \frac{25 \cdot 10^4 f_c''}{3} \int_{V_{nc}} \epsilon_c^3 dV_{nc} + 500 f_c'' \int_{V_{nc}} \epsilon_c^2 dV_{nc} \\ &+ f_c'' \left\{ -\frac{25 \cdot 10^4}{3} \epsilon_o^3 + 500 \epsilon_o^2 - \epsilon_o \right\} \int_{V_{uc}} dV_{uc} + f_c'' \int_{V_{uc}} \epsilon_c dV_{uc} \end{aligned} \quad (9)$$

Đối với phần tử cốt thép:

$$\begin{aligned}
 U_r &= \int_{V_{er}} \int_{\epsilon_r} \sigma_r d\epsilon_r dV_{er} + \int_{V_{pr}} \left\{ \int_0^{\epsilon_{yr}} \sigma_r d\epsilon_r + \int_{\epsilon_{yr}}^{\epsilon_r} \sigma_{yr} d\epsilon_r \right\} dV_{pr} \\
 &= \int_{V_{er}} \int_{\epsilon_r} E_r \epsilon_r d\epsilon_r dV_{er} + \int_{V_{pr}} \left\{ \int_0^{\epsilon_{yr}} E_r \epsilon_r d\epsilon_r + \int_{\epsilon_{yr}}^{\epsilon_r} \sigma_{yr} d\epsilon_r \right\} dV_{pr} \\
 &= \frac{E_r}{2} \int_{V_{er}} \epsilon_r^2 dV_{er} + \sigma_{yr} \int_{V_{pr}} \epsilon_r dV_{pr} - \frac{1}{2} \sigma_{yr} \epsilon_{yr} \int_{V_{pr}} dV_{ps}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Từ công thức (5), (6), (9) và (10) suy ra năng lượng tổng cộng của phần tử được viết lại như sau:

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{E_s}{2} \int_{V_{es}} \epsilon_s^2 dV_{es} + \sigma_y \int_{V_{ps}} \epsilon_s dV_{ps} - \frac{1}{2} \sigma_y \epsilon_y \int_{V_{ps}} dV_{ps} \\
 &+ \frac{25 \cdot 10^4 f''_c}{3} \int_{V_{nc}} \epsilon_c^3 dV_{nc} + 500 f''_c \int_{V_{nc}} \epsilon_c^2 dV_{nc} \\
 &+ f''_c \left\{ \frac{25 \cdot 10^4}{3} \epsilon_o^3 + 500 \epsilon_o^2 - \epsilon_o \right\} \int_{V_{uc}} dV_{uc} + f''_c \int_{V_{uc}} \epsilon_c dV_{uc} \\
 &+ \frac{E_r}{2} \int_{V_{er}} \epsilon_r^2 dV_{er} + \sigma_{yr} \int_{V_{pr}} \epsilon_r dV_{pr} - \frac{1}{2} \sigma_{yr} \epsilon_{yr} \int_{V_{pr}} dV_{pr}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Thể tích của cấu kiện được thay thế bằng tích phân qua diện tích của mặt cắt ngang và chiều dài phần tử, công thức (11) được viết lại như sau:

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{E_s}{2} \int_L \int_{A_{es}} \epsilon_s^2 dA_{es} dx + \sigma_y \int_L \int_{A_{ps}} \epsilon_s dA_{ps} dx - \frac{1}{2} \sigma_y \epsilon_y \int_L \int_{A_{ps}} dA_{ps} dx \\
 &+ \frac{25 \cdot 10^4 f''_c}{3} \int_L \int_{A_{nc}} \epsilon_c^3 dA_{nc} dx + 500 f''_c \int_L \int_{A_{nc}} \epsilon_c^2 dA_{nc} dx \\
 &+ f''_c \left\{ \frac{25 \cdot 10^4}{3} \epsilon_o^3 + 500 \epsilon_o^2 - \epsilon_o \right\} \int_L \int_{A_{uc}} dA_{uc} dx + f''_c \int_L \int_{A_{uc}} \epsilon_c dA_{uc} dx \\
 &+ \frac{E_r}{2} \int_L \int_{A_{er}} \epsilon_r^2 dA_{er} dx + \sigma_{yr} \int_L \int_{A_{pr}} \epsilon_r dA_{pr} dx - \frac{1}{2} \sigma_{yr} \epsilon_{yr} \int_L \int_{A_{pr}} dA_{pr} dx
 \end{aligned} \tag{12}$$

Hiệu ứng bậc hai phải được xét đầy đủ trong hệ khung nên ten-xơ biến dạng Green trong hệ tọa độ Lagrange được viết như sau:

$$\epsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - y \frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{du}{dx} \right)^2 \tag{13}$$

Thay ten-xơ biến dạng vào công thức năng lượng của các phần tử dầm thép, bê tông và cốt thép ta có: Năng lượng biến dạng phần tử đối với phần tử dầm thép được viết lại:

$$\begin{aligned}
 U_s = & \frac{E_s}{2} \int_0^L \left[A_{es} \left(\frac{du_s}{dx} \right)^2 + I_{zes} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 - 2S_{zes} \left(\frac{du_s}{dx} \right) \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \right] dx \\
 & + \frac{E_s}{2} \int_0^L \left[A_{es} \left(\frac{du_s}{dx} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - S_{zes} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \right] dx + \frac{E_s}{2} \int_0^L \left[\frac{A_{es}}{4} \left(\frac{dv}{dx} \right)^4 \right] dx \\
 & + \int_0^L \left[\left(\frac{du_s}{dx} \right) N_{aps} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 N_{aps} - \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) M_{aps} \right] dx - \int_0^L \frac{N_{aps} \varepsilon_y}{2} dx
 \end{aligned} \tag{14}$$

Năng lượng biến dạng phần tử đối với phần tử bê tông được viết lại:

$$\begin{aligned}
 U_c = & \frac{25.10^4}{3} \int_0^L \left[N_{anc} \left(\frac{du_c}{dx} \right)^3 - f''_c C_{anc} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^3 \right. \\
 & \left. - 3M_{anc} \left(\frac{du_c}{dx} \right)^2 \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) + 3f''_c I_{znc} \left(\frac{du_c}{dx} \right) \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 \right] dx \\
 & + \frac{25.10^4}{3} \int_0^L \left[\frac{3}{2} \left(\frac{du_c}{dx} \right)^2 \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 N_{anc} + \frac{3}{2} f''_c I_{znc} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 \right. \\
 & \left. - 3M_{anc} \left(\frac{du_c}{dx} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \right] dx \\
 & + \frac{25.10^4}{3} \int_0^L \left[\frac{3}{4} N_{anc} \left(\frac{du_c}{dx} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^4 - \frac{3}{4} M_{anc} \left(\frac{dv}{dx} \right)^4 \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \right] dx \\
 & + \frac{25.10^4}{3} \int_0^L \left[\frac{1}{8} N_{anc} \left(\frac{dv}{dx} \right)^6 \right] dx \\
 & + 500 \int_0^L \left[N_{anc} \left(\frac{du_c}{dx} \right)^2 + f''_c I_{znc} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 - 2M_{anc} \left(\frac{du_c}{dx} \right) \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \right] dx \\
 & + 500 \int_0^L \left[N_{anc} \frac{du_c}{dx} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - M_{anc} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \right] dx + 500 \int_0^L \left[+ \frac{N_{anc}}{4} \left(\frac{dv}{dx} \right)^4 \right] dx \\
 & + \left\{ \frac{25.10^4}{3} \varepsilon_o^3 + 500 \varepsilon_o^2 - \varepsilon_o \right\} \int_0^L N_{auc} dx \\
 & + \int_0^L \left[\left(\frac{du_c}{dx} \right) N_{auc} - \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) M_{auc} \right] dx + \int_0^L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 N_{auc} \right] dx
 \end{aligned} \tag{15}$$

Năng lượng biến dạng phần tử đối với phần tử cốt thép được viết lại:

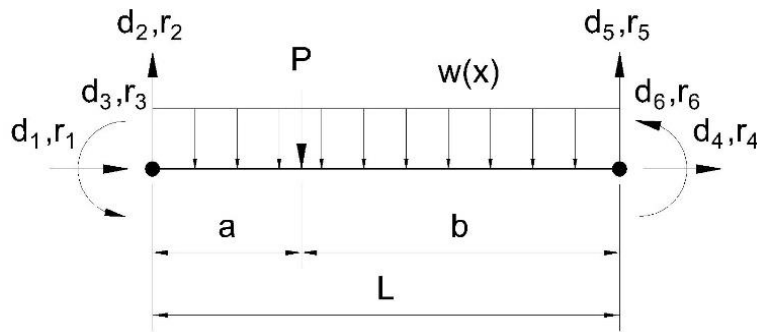
$$\begin{aligned}
 U_r = & \frac{E_r}{2} \int_0^L \left[A_{er} \left(\frac{du_r}{dx} \right)^2 + I_{zer} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 - 2S_{zer} \left(\frac{du_r}{dx} \right) \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \right] dx \\
 & + \frac{E_r}{2} \int_0^L \left[A_{er} \left(\frac{du_r}{dx} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - S_{zer} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \right] dx + \frac{E_r}{2} \int_0^L \left[\frac{A_{er}}{4} \left(\frac{dv}{dx} \right)^4 \right] dx \\
 & + \int_0^L \left[\left(\frac{du_r}{dx} \right) N_{apr} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 N_{apr} - \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) M_{apr} \right] dx - \int_0^L \frac{N_{apr} \epsilon_{yr}}{2} dx
 \end{aligned} \tag{16}$$

trong đó:

$$\begin{aligned}
 A_{es} &= \int_{A_{es}} dA_{es} \quad I_{zes} = \int_{A_{es}} y^2 dA_{es} \quad S_{zes} = \int_{A_{es}} y dA_{es} \quad A_{ps} = \int_{A_{ps}} dA_{ps} \\
 N_{aps} &= \int_{A_{ps}} \sigma_y dA_{ps} \quad M_{aps} = \int_{A_{ps}} \sigma_y y dA_{ps} \\
 A_{nc} &= \int_{A_{nc}} dA_{nc} \quad I_{znc} = \int_{A_{nc}} y^2 dA_{nc} \quad S_{znc} = \int_{A_{nc}} y dA_{nc} \quad A_{uc} = \int_{A_{uc}} dA_{uc} \\
 N_{Anc} &= \int_{A_{nc}} f''_c dA_{nc} \quad M_{anc} = \int_{A_{nc}} f''_c y dA_{nc} \quad N_{auc} = \int_{A_{uc}} f''_c dA_{uc} \quad M_{Auc} = \int_{A_{uc}} f''_c y dA_{uc} \\
 C_{anc} &= \int_{A_{nc}} y^3 dA_{nc} \\
 A_{er} &= \int_{A_{er}} dA_{er} \quad I_{zer} = \int_{A_{er}} y^2 dA_{er} \quad S_{zer} = \int_{A_{er}} y dA_{er} \quad A_{pr} = \int_{A_{pr}} dA_{pr} \\
 N_{apr} &= \int_{A_{pr}} \sigma_{yr} dA_{pr} \quad M_{apr} = \int_{A_{pr}} \sigma_{yr} y dA_{pr}
 \end{aligned}$$

2.4 Thế năng của lực tác dụng

Thế năng của lực tác dụng lên phần tử dầm – cột có chiều dài L được trình bày ở hình 4 được xác định theo công thức (17).



Hình 4. Phần tử hữu hạn dầm – cột điển hình

$$V = - \int_0^L w(x) v(x) dx - P v(P) - \{r\}^T \{d\} \tag{17}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial d_i} = 0 \quad \text{với } i=1, 2, 3, 4, 5, 6 \tag{19}$$

2.5 Nguyên lý thế năng toàn phần dừng

Thế năng toàn phần Π của hệ.

$$\Pi = U + V \tag{18}$$

Áp dụng nguyên lý thế năng toàn phần dừng, ta có điều kiện cân bằng của toàn hệ tại các điểm nút:

Lấy đạo hàm từng phần của phương trình thế năng toàn phần sau khi thay dạng xấp xỉ của trường chuyển vị, ta được tập hợp các phương trình cân bằng phần tử:

$$\{r\} = [K] \{d\} - \{FEA\} + \{r_p\} \tag{20}$$

trong đó:

$\{r\}$ - vector lực nút phần tử.

$$\{r\} = [r_1 \quad r_2 \quad r_3 \quad r_4 \quad r_5 \quad r_6]^T \quad (21)$$

$[K]$ - ma trận cát tuyến phần tử;

$\{d\}$ - vector chuyển vị nút phần tử.

$$\{d\} = [d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad d_4 \quad d_5 \quad d_6]^T \quad (22)$$

$\{FEA\}$ - vector của các lực đầu nút phần tử có kể đến sự cộng tác dụng tất cả các lực tập trung tác dụng vào phần tử.

$$\{FEA\} = [0 \quad V_1 \quad M_1 \quad 0 \quad V_2 \quad M_2] \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_1 &= \sum_{i=1}^n \frac{P_i b_i^2 (3a_i + b_i)}{L^3} + \frac{wL}{2} \\ V_2 &= \sum_{i=1}^n \frac{P_i a_i^2 (a_i + 3b_i)}{L^3} + \frac{wL}{2} \\ M_1 &= \sum_{i=1}^n \frac{P_i a_i b_i^2}{L^2} + \frac{wL^2}{12} \\ M_2 &= -\sum_{i=1}^n \frac{P_i a_i^2 b_i}{L^2} - \frac{wL^2}{12} \end{aligned} \right. \quad (24)$$

$\{r_p\}$ - vector tải trọng nút được chịu bởi phần chảy dẻo của mặt cắt ngang phần tử.

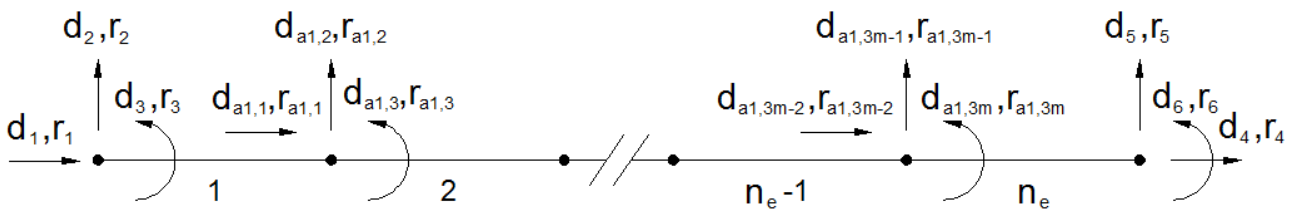
$$\{r_p\} = [-P_{ap} \quad 0 \quad M_{ap} \quad P_{ap} \quad 0 \quad -M_{ap}] \quad (25)$$

Ma trận độ cứng cát tuyến phần tử dầm - cột 6 bậc tự do được viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} [K] &= [K_{S0}] + \frac{1}{2}[K_{S1}] + \frac{1}{3}[K_{S2}] + [K_{SP}] \\ &+ [K_{C0}] + \frac{1}{2}[K_{C1}] + \frac{1}{3}[K_{C2}] + \frac{1}{4}[K_{C3}] + \frac{1}{5}[K_{C4}] + [K_{CU}] \\ &+ [K_{R0}] + \frac{1}{2}[K_{R1}] + \frac{1}{3}[K_{R2}] + [K_{RP}] \end{aligned} \quad (26)$$

2.6 Mô hình phần tử

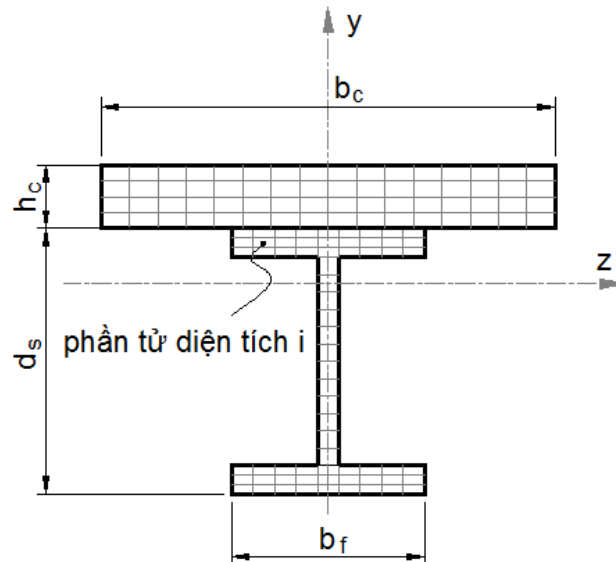
Mỗi phần tử dầm và cột được chia thành n_e phần tử hữu hạn có chiều dài bằng nhau nhằm mục đích mô phỏng sự chảy dẻo lan truyền dọc theo chiều dài của cấu kiện (hình 5).



Hình 5. Sơ đồ phần tử hữu hạn cho cấu kiện dầm - cột trong hệ khung

Chia mặt cắt ngang của tiết diện thành 66 phần tử thứ đối với dầm thép, 64 phần tử thứ đối với bản bê tông và các phần tử cốt thép để mô tả một cách chính xác ứng xử phi đàn hồi qua mặt cắt ngang phần tử (hình 6).

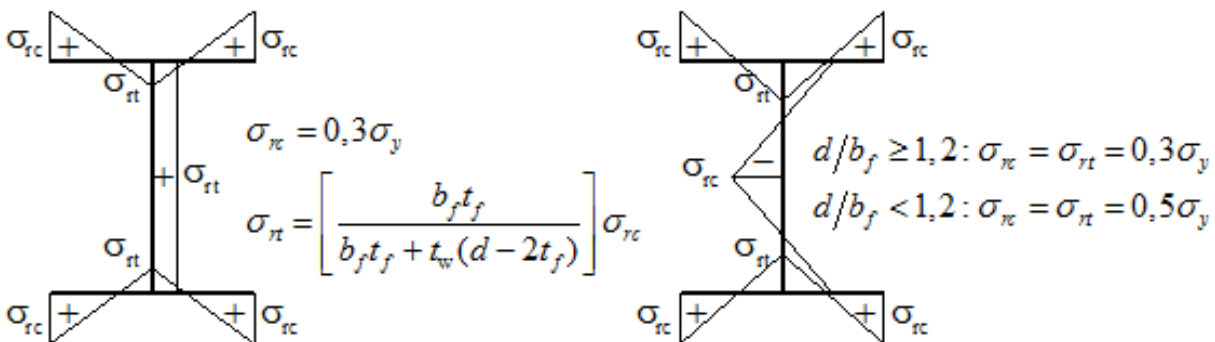
Như vậy, sự làm việc ngoài miền đàn hồi của dầm thép và bản bê tông cốt thép được cập nhật liên tục trong suốt quá trình phân tích bằng phương pháp thứ mà còn được gọi là phương pháp phân tích vùng dẻo.



Hình 6. Mô phỏng sự lan truyền dẻo qua mặt cắt tiết diện

Các phần tử thờ của dầm thép được gắn trực tiếp giá trị ứng suất dư theo mẫu ứng suất dư của Lehigh Notes đề xuất năm 1965 hoặc của Vogel đề

xuất năm 1985 (hình 7) nhằm kể đến ảnh hưởng của ứng suất dư tồn tại trong các loại thép hình đến ứng xử thực của hệ kết cấu.



(a) Lehigh Notes (1965) (b) Vogel (1985)

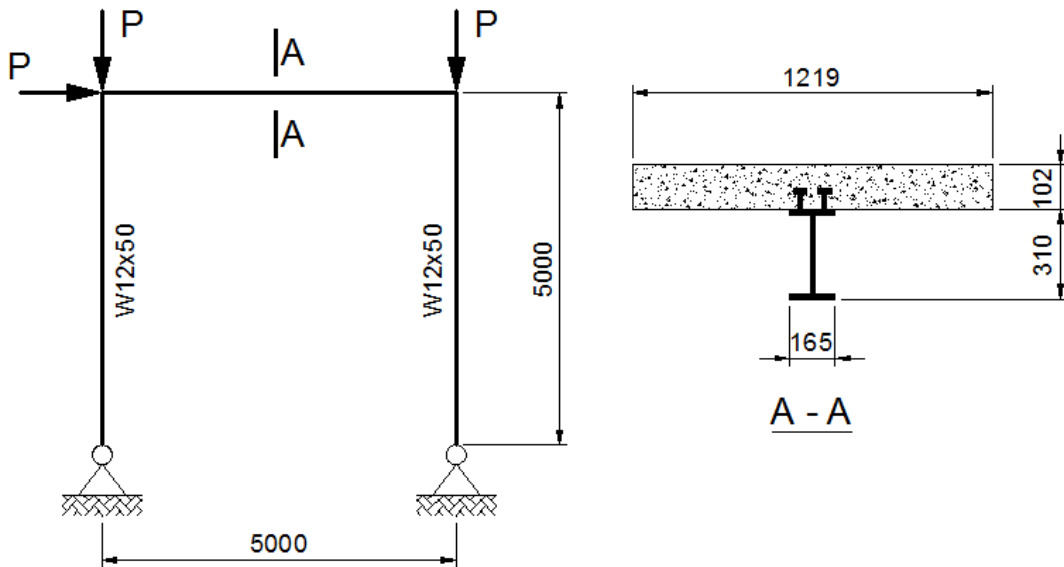
Hình 7. Mẫu ứng suất dư

Công thức ma trận độ cứng trên được sử dụng trong chương trình phần tử hữu hạn phi tuyến được phát triển bằng ngôn ngữ lập trình C++ để phân tích khung liên hợp gồm cột thép và dầm liên hợp. Thuật toán giải phi tuyến được áp dụng trong chương trình là thuật toán Euler đơn giản. Chương trình được chứng tỏ độ tin cậy qua việc phân tích các ví dụ số sau.

3. Các ví dụ số

3.1 Khung thép công có dầm liên hợp

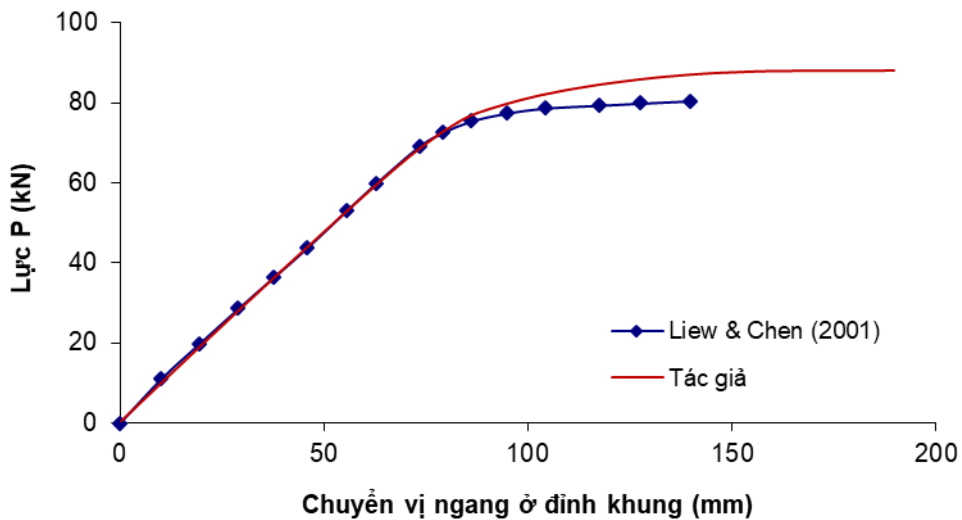
Khảo sát khung công gồm dầm liên hợp liên kết với hai cột thép có sơ đồ tính như hình 8 và có các thông số hình học và vật liệu được trình bày trong bảng 1. Đây là bài toán được Liew và Chen (2001) thực hiện phân tích phi đàn hồi.



Hình 8. Sơ đồ và tiết diện khung Portal

Bảng 1. Thông số khung công có dầm liên hợp của Liew và Chen (2001)

Nhịp khung (mm)		
Tiết diện bản bê tông	Chiều dày (mm)	102
	Chiều rộng (mm)	1219
Tiết diện dầm thép	Tiết diện dầm (mm)	165x310x5.8x9.7
	Tiết diện cột (mm)	205x310x9.4x16.3
Vật liệu sử dụng		
Cường độ chịu nén của bê tông f_c (MPa)		16
Giới hạn chảy của thép hình f_y (MPa)		252.4
Môđun đàn hồi của thép hình E_s (MPa)		200000



Hình 9. Quan hệ tải trọng – chuyển vị ngang tại đỉnh khung Portal

Kết quả từ hình 9 cho thấy, khi giá trị tải trọng tác dụng nhỏ ($< 70\text{kN}$) thì quan hệ giữa lực và chuyển vị là tuyến tính, lúc này ứng xử của dầm là đàn hồi. Biểu đồ phản ứng tải trọng – chuyển vị (hình 9) thu được khá đúng với kết quả nghiên cứu của Liew & Chen. Nhưng khi tải trọng tác dụng tăng lên thì bắt đầu có sự chênh lệch, giá trị tải tới hạn thu được theo phương pháp vùng dẻo là 87.9kN , theo nghiên cứu của Liew & Chen (2001)

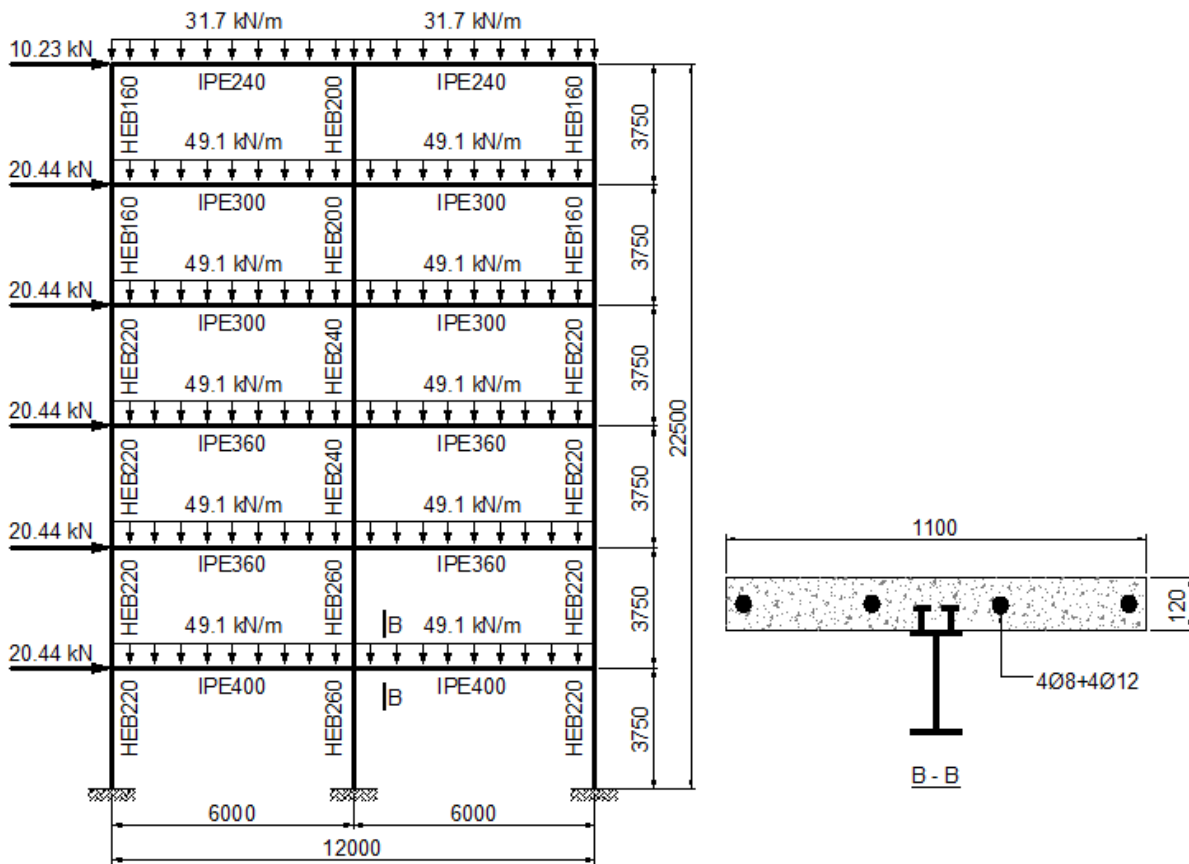
là 80.5kN , chênh lệch $+9.1\%$ so với Liew & Chen (2001). Sở dĩ có sự chênh lệch này là do trong nghiên cứu của Liew & Chen đã sử dụng số lượng chốt chống trượt để đạt 90% tương tác toàn phần. Như vậy, chuyển vị trượt ở mặt tiếp xúc giữa bản bê tông và dầm thép đã ảnh hưởng đến giá trị tải trọng tới hạn của khung so với trường hợp xem dầm là tương tác toàn phần như trong nghiên cứu này.

KẾT CẤU - CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

3.2 Khung liên hợp 6 tầng 2 nhịp

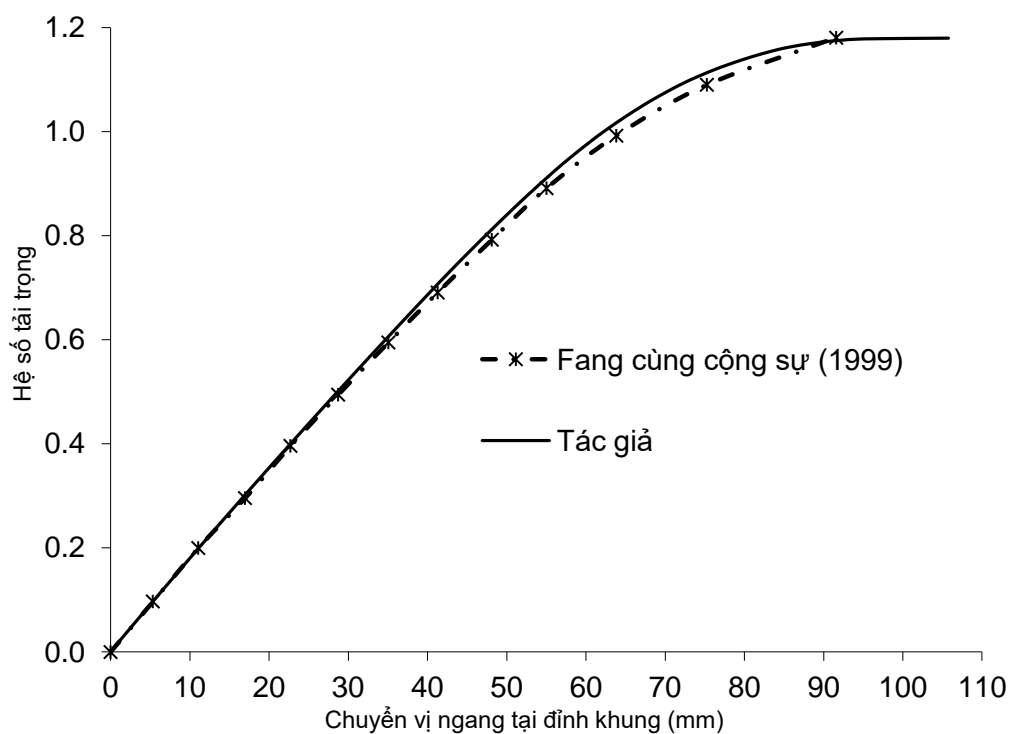
Khung liên hợp sáu tầng hai nhịp gồm các cột thép và dầm thép – bê tông liên hợp được phân tích

bởi Fang cùng cộng sự (1999) 11 có kể đến ứng xử phi tuyến của vật liệu và hình học. Khung có sơ đồ chịu lực được trình bày trên hình 10.



Bảng 2. Thông số hình học và vật liệu sử dụng trong khung liên hợp 6 tầng 2 nhịp

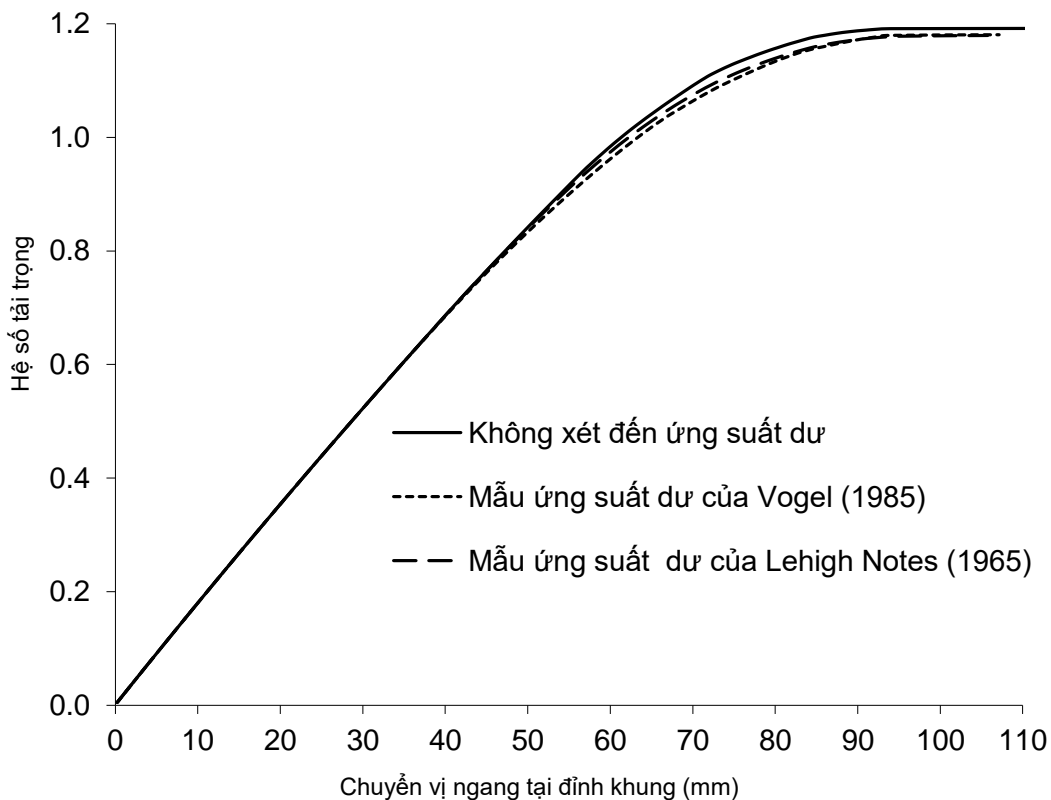
Cấu kiện	b_f (mm)	t_f (mm)	h_s (mm)	t_w (mm)
IPE240	120	9.8	240	6.2
IPE300	150	10.7	300	7.1
IPE360	170	12.7	360	8.0
IPE400	180	13.5	400	8.6
HBE160	160	13.0	160	8.0
HBE200	200	15.0	200	9.0
HBE220	220	16.0	220	9.5
HBE240	240	17.0	240	10.0
HBE260	260	17.5	260	10.0
Vật liệu sử dụng				
Bê tông	Cường độ chịu nén f_c (MPa)			25
Thép hình	Giới hạn chảy f_y (MPa)			235
	Mô đun đàn hồi E_s (MPa)			200000
Cốt thép	Giới hạn chảy f_{yr} (MPa)			235
	Mô đun đàn hồi E_r (MPa)			390000



Hình 11. Quan hệ tải trọng – chuyển vị ngang tại đỉnh khung 6 tầng 2 nhịp

Biểu đồ phản ứng tải trọng – chuyển vị ngang tại đỉnh khung (hình 11) cho thấy kết quả phân tích khá chính xác với nghiên cứu của Fang cùng cộng sự (1999). Giá trị hệ số tải trọng cực hạn theo

nghiên cứu của Fang cùng cộng sự (1999) là 1.181, còn nghiên cứu của tác giả thu được là 1.180, sai lệch - 0.085%. Như vậy có thể thấy chương trình phân tích có độ chính xác khá cao.



Hình 12. Quan hệ tải trọng – chuyển vị ngang tại đỉnh khung 6 tầng 2 nhịp

Kết quả phân tích của chương trình cho bài toán khi không xét đến ứng suất dư cũng như khi xét đến ứng suất dư theo mẫu Vogel và Lehigh Notes được trình bày trên hình 12. Có thể nhận xét rằng ứng suất dư có làm thay đổi ứng xử tải – chuyển vị của khung nhưng không đáng kể và làm cho độ cứng ngang và khả năng chịu tải cực hạn của khung suy giảm đôi chút.

4. Kết luận

Một phần phần tử hữu hạn dầm - cột được thiết lập để áp dụng phân tích khung phẳng liên hợp gồm cột thép và dầm thép – bê tông liên hợp chịu tải trọng tĩnh. Tiết diện ngang của phần tử được chia thành nhiều thớ nhỏ thép và bê tông để theo dõi ứng xử vùng dẻo qua mặt cắt ngang và dọc theo chiều dài cấu kiện. Hiệu ứng bậc hai được kể đến trong khi thiết lập phương trình gia tăng cân bằng của phần tử. Ma trận độ cứng có kể đến hiệu ứng bậc hai và ứng xử vùng dẻo được áp dụng trong chương trình phân tích tĩnh phi tuyến bằng ngôn ngữ lập trình C++ với thuật toán giải phi tuyến Euler. Kết quả phân tích của chương trình được kiểm chứng là đủ tin cậy khi so với những nghiên cứu trước đây của các tác giả khác trên thế giới.

Lời cảm ơn:

Nghiên cứu được tài trợ bởi Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh (ĐHQG-HCM) trong khuôn khổ Đề tài mã số **C2018-20-34**.

Chúng tôi xin cảm ơn Trường Đại học Bách Khoa, ĐHQG-HCM đã hỗ trợ thời gian, phương tiện và cơ sở vật chất cho nghiên cứu này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Newmark NM, Siess CP, Viest IM (1951), Test and analysis of composite beams with incomplete interaction, *Proc Soc Exp Stress Anal*; 75-92.
2. Owen VA, Burger IW, Plankt RJ, Wali AAA (1997), An analytical model for the analysis of composite beams with partial interaction, *Comput. Struct*; 62(3):493– 504.
3. Gattesco N (1999), Analytical modelling of nonlinear behaviour of composite beams with deformable connection, *Journal of Constructional Steel Research*; 52:195–218.
4. Dall'Asta A, Zona A (2004), Three-field mixed formulation for the non-linear analysis of composite beams with weak shear connection, *Finite Elem Anal Des*; 40(4):25–48.
5. Dall'Asta A, Zona A (2002), Non-linear analysis of composite beams by a displacement approach. *Comput Struct*; 80(27–30):2217–2228.
6. Pi YL, Bradford MA, Uy B (2006), Second Order Nonlinear Inelastic Analysis of Composite Steel–Concrete Members. II: Applications; 132(5):0733–9445.
7. Queiroza FD, Vellasco P, Nethercot DA (2007), Finite element modelling of composite beams with full and partial shear, *Journal of Constructional Steel Research* 63: 505–521.
8. Chapman JC, Balakrishnan S (1964), Experiments on composite beams, *Struct Eng*; 42:369-383.
9. Ansourian P (1981), Experiments on continuous composite beams, *Proc Inst Civil Eng, Part 2*, 71:25–51.
10. Liew JYR, Chen H, Shanmugam NE (2001), Inelastic analysis of steel frames with composite beams, *Journal of Structural Engineering*; 127:194-202.
11. Fang LX, Chan SL, Wong YL (1999), Strength analysis of semi-rigid steel-concrete composite frames, *Journal of Constructional Steel Research*; 52:269-291.
12. Izzuddin BA, Karayannis CG, Elnashai AS (1994), Advanced nonlinear formulation for reinforced concrete beam-columns, *Journal of Structural Engineering*; 120(10):2913-2934.
13. Dall Asta A, Zona A (2004), Comparison and validation of displacement and mixed elements for the non-linear analysis of continuous composite beams, *Comput Struct*; 82:2117–2130.

Ngày nhận bài: 11/4/2020.

Ngày nhận bài sửa: 20/6/2020

Ngày chấp nhận đăng: 29/6/2020.

Plastic-zone second-order analysis of planar steel frames with steel-concrete composite beams