

VAI TRÒ CỦA MODE PHỨC VÀ LIÊN KẾT MODE ĐỐI VỚI ĐIỀU KIỆN MẤT ỔN ĐỊNH GALLOPING CỦA CÁP DÂY VĂNG CÓ GẮN CẢN NHỚT

TS. NGUYỄN HUY CUNG, TS. THÁI PHƯƠNG TRÚC, TS. ĐẶNG TIẾN PHÚC

Trường Đại học Công nghiệp Tp. Hồ Chí Minh

TS. VŨ TÂN VĂN

Trường Đại học Kiến trúc Tp. Hồ Chí Minh

Tóm tắt: Bài báo này giới thiệu phương pháp phân tích sự mất ổn định uốn do gió của cáp dây văng có gắn cản nhớt. Các mode phức và liên kết giữa mode dao động theo các mặt phẳng cáp được xét tới. Các mode phức này không được xét đến trong các nghiên cứu trước đây, còn sự liên kết giữa các mode cũng thường bị bỏ qua trong các tính toán thực tế. Kết quả phân tích cho một kết cấu cáp của một cầu dây văng trong thực tế chỉ ra tầm quan trọng của các yếu tố này.

Abstract: This paper presents an galloping analysis of a taut cable attached with a viscous damper. The complex modes and coupling between modes in different cable planes are considered. The complex modes were ignored in previous studies, and the modal couplings were usually neglected in practical engineering. The results of the analysis for a cable of a real cable-stayed bridge highlight the importance of the complex modes as well as the modal couplings..

1. Giới thiệu chung

Hiện tượng mất ổn định uốn do gió (galloping) là một hiện tượng mất ổn định khí đàn hồi xảy ra khi tổng tỉ số cản kết cấu và tỉ số cản khí động là âm. Phân tích ổn định mất ổn định do gió đã được nghiên cứu từ gần 100 năm trước, các nghiên cứu đã mang lại nhiều thành tựu nhưng bên cạnh đó vẫn còn nhiều hạn chế trong thực tiễn hiện nay.

Cáp dây văng là một bộ phận kết cấu trong các công trình như cầu treo (dây văng, dây võng), mái vòm, cột anten... Đây là một loại kết cấu mảnh rất nhạy cảm với gió, dễ xảy ra dao động với biên độ lớn và mất ổn định. Để giảm thiểu dao động do gió của các kết cấu mảnh, một thiết bị cản thường được gắn vào kết cấu để tăng tỉ số cản (damping ratio) của kết cấu. Đối với cáp dây văng, một biện pháp rất phổ biến, nhất là ở các cầu treo, là lắp đặt một thiết bị giảm chấn vuông góc dây cáp tại vị trí gần mấu neo

cáp. Việc sử dụng cản nhớt để giảm dao động cho cầu treo được mô tả và phân tích ở [1]–[6]. Thiết bị cản này sẽ được thiết kế tối ưu sao cho nó có hệ số cản lớn nhất ứng với một mode mục tiêu nào đó, thường là mode đầu tiên. Khi đó, đặc trưng động lực học của hệ cáp-giảm chấn (cable-damper) là các tần số dao động và dạng mode sẽ là các hàm phức. Đã có rất nhiều nghiên cứu được đề xuất để hiểu rõ các đặc trưng động học này trong trường hợp dao động tự do, từ đó thiết kế tối ưu cho thiết bị giảm chấn [1]–[4], [7]–[9]. Trong khi đó, theo hiểu biết của nhóm tác giả, các ứng xử động học dưới tác động của gió chưa được nghiên cứu. Đây là một chủ đề quan trọng bởi tương tác gió-kết cấu là nguyên nhân chính cho những dao động biên độ lớn của kết cấu cáp, có thể dẫn đến mất ổn định galloping [5], [10].

Nghiên cứu đầu tiên về sự mất ổn định galloping đã được giới thiệu bởi Glauert [11] và được phát triển thêm bởi Den Hartog [12]. Theo đó, mất ổn định xảy ra theo hướng vuông góc hướng gió và theo điều kiện cần là hệ số cản khí động (aerodynamic damping coefficient) là âm. Điều kiện này thường được gọi là điều kiện Glauert-Den Hartog, đã trở thành một tiêu chuẩn quan trọng trong việc thiết kế kết cấu chống gió và được áp dụng rộng rãi cho đến ngày nay. Bắt nguồn từ nghiên cứu này, một số mô hình phân tích galloping đã được mở rộng cho hệ từ một đến ba bậc tự do [12]–[19].

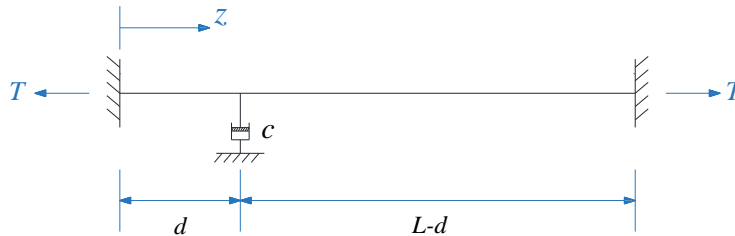
Một yếu tố cần nhấn mạnh là các nghiên cứu kể trên với các mô hình tiên tiến về galloping, các mode được xét đến dưới dạng mode thực. Trong khi đó, như đã nêu trên, các mode của kết cấu có gắn thiết bị cản có các mode phức. Việc bỏ qua thành phần ảo (imaginary part) trong các phân tích galloping có thể sẽ dẫn tới những tính toán không chính xác. Do đó việc áp dụng các nghiên cứu kể trên có thể dẫn tới những sai số bất lợi cho kết cấu. Nguyen and Macdonald [21] gần đây đã xây dựng cơ sở lý thuyết phân tích mất ổn định galloping cho cáp dây văng có

gắn cản nhớt, trong đó có xét đến tính phức của tần số và dạng dao động của hệ. Tuy nhiên, lý thuyết chỉ mới được áp dụng qua một trường hợp của một cáp dây văng. Bài báo này nhằm áp dụng mô hình trên, được tóm tắt ở Mục 2, để áp dụng phân tích khả năng ổn định galloping của một kết cấu cáp có gắn hệ cản. Các mode phức, sự liên kết giữa các mode dao động

theo hai phương dao động chính đều được xét tới. Từ đó vai trò của các thành phần này sẽ làm rõ.

2. Cơ sở lý thuyết

Xét một cáp dây văng, bỏ qua độ võng do khối lượng, có chiều dài L trong hệ tọa độ xyz như hình 1. Một thiết bị cản nhớt với hệ số cản c được gắn vào cáp tại tọa độ $z=d$.



Hình 1. Mô hình cáp có gắn thiết bị cản nhớt [4], [5]

Phương trình dao động được viết như sau [4]:

$$m\ddot{q}(z,t) + D\dot{q}(z,t) + K[q(z,t)] = f(z,t) \tag{1}$$

trong đó: m - khối lượng trên một đơn vị dài; q , \dot{q} và \ddot{q} lần lượt là chuyển vị, vận tốc và gia tốc của hệ; z và t lần lượt là biến chiều dài dọc theo kết cấu và biến thời gian; $K = -T\partial^2 / \partial z^2$ là toán tử đạo

hàm của độ cứng; T - lực căng cáp; f - ngoại lực; $D = c\delta(z-d)$, với $\delta(\cdot)$ - hàm Dirac và c - hệ số cản của thiết bị cản nhớt.

Điều kiện biên:

$$q(0,t) = q(L,t) = 0; \quad \dot{q}(0,t) = \dot{q}(L,t) = 0; \quad T[q'(d^+,t) - q'(d^-,t)] = c\dot{q}(d,t) \tag{2}$$

trong đó $q' = \partial q / \partial z$ là đạo hàm của chuyển vị q theo biến z .

Để có thể tiến hành phân tích đáp ứng và mất ổn định của cáp, phương trình (1) có thể được viết dưới dạng riêng cho từng mode [4], [21], [22]:

$$\dot{p}_n(t) - \lambda_n p_n(t) = \frac{1}{g_n} f_n(t); \quad n = 1, 2, 3... \tag{3}$$

trong đó $p_n(t)$ là các tọa độ mode, và:

$$g_n = \int_0^L \begin{bmatrix} \lambda_n \phi_n(z) & \phi_n(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & m \\ m & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_n \phi_n(z) \\ \phi_n(z) \end{bmatrix} dz \tag{4}$$

$$f_n(t) = \int_0^L \phi_n(z) f(z,t) dz \tag{5}$$

$$\lambda_n = \tilde{\omega}_n \left[-\xi_n + i\sqrt{1-\xi_n^2} \right]; \quad \tilde{\omega}_n = |\lambda_n|; \quad \xi_n = -\text{Re}[\lambda_n] / |\lambda_n| \tag{6}$$

Nghiệm gần đúng để tính giá trị riêng phức của hệ [5], [6]:

$$\lambda_n = i \left(n\pi + \frac{i\eta\kappa_n^2}{1+i\eta\kappa_n} \right) \frac{1}{L} \sqrt{\frac{T}{m}} \tag{7}$$

trong đó $\eta = c / \sqrt{Tm}$; $\kappa_n = n\pi d / L$.

Để phân tích galloping, xét ngoại lực là lực gió có xét đến tương tác giữa gió và kết cấu. Bỏ qua các mode phi tuyến, lực này ứng với mode thứ n được viết như sau:

$$\begin{Bmatrix} f_{n,x}(t) \\ f_{n,y}(t) \end{Bmatrix} = -\frac{1}{2} \rho \int_0^L U(z) b(z) \begin{bmatrix} \phi_{n,x}(z) & 0 \\ 0 & \phi_{n,y}(z) \end{bmatrix} \mathbf{C}_a \Psi \dot{\mathbf{P}} dz \quad (8)$$

trong đó: ρ , $U(z)$ và $b(z)$ lần lượt là khối lượng riêng không khí, giá trị trung bình của vận tốc gió và bề rộng mặt cắt ngang cáp, và:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_y \end{bmatrix}; \Psi_\alpha = [\Phi_\alpha \quad \bar{\Phi}_\alpha]; (\Phi_\alpha)_i = \phi_{i,\alpha}(z), \alpha = x, y \quad (9)$$

$$\mathbf{P} = [\mathbf{P}_x \quad \bar{\mathbf{P}}_x \quad \mathbf{P}_y \quad \bar{\mathbf{P}}_y]^T; (\mathbf{P}_\alpha)_i = p_{i,\alpha}(t) \quad (10)$$

$$\mathbf{C}_a = \mathbf{R}^T \mathbf{C}_{a0} \mathbf{R}; \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}; \mathbf{C}_{a0} = \begin{bmatrix} 2C_d & C'_d - C_l \\ 2C_l & C_d + C'_l \end{bmatrix} \quad (11)$$

với γ là góc giữa hướng gió và trục x ; C_d và C_l là hệ số khí động, kí hiệu thanh ngang ở (9) và "T" ở (11) lần lượt chỉ thành phần liên hợp hàm phức và chuyển vị của ma trận.

Cần lưu ý rằng, vì các giá trị riêng λ_n là các giá trị phức như thấy ở (4), luôn tồn tại các phương trình liên hợp của (3) và (8). Từ (3)-(11) và xét đến tính liên hợp này, phương trình dao động (3) của hệ gồm n mode (3) có thể được biểu diễn thành dạng ma trận như sau:

$$\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{0} \quad (12)$$

trong đó:

$$\mathbf{A} = \text{diag}[\mathbf{A}_x \quad \bar{\mathbf{A}}_x \quad \mathbf{A}_y \quad \bar{\mathbf{A}}_y]; \mathbf{A}_\alpha = -[\lambda_{1,\alpha} g_{1,\alpha} \quad \lambda_{2,\alpha} g_{2,\alpha} \quad \dots \quad \lambda_{N,\alpha} g_{N,\alpha}] \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{G} + \tilde{\mathbf{C}}_a \quad (14)$$

$$\mathbf{G} = \text{diag}[\mathbf{G}_x \quad \bar{\mathbf{G}}_x \quad \mathbf{G}_y \quad \bar{\mathbf{G}}_y]; \mathbf{G}_\alpha = \text{diag}[g_{1,\alpha} \quad g_{2,\alpha} \quad \dots \quad g_{N,\alpha}] \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_a = \frac{1}{2} \rho \int_0^L U(z) b(z) \Psi^T \mathbf{C}_a \Psi dz \quad (16)$$

Mất ổn định sẽ xảy ra nếu giá trị riêng của hệ (12), ký hiệu λ , có phần phần thực $\text{Re}(\lambda)$ dương [17], [19]. Vận tốc gió ứng với $\text{Re}(\lambda)=0$ được gọi là vận tốc tới hạn. Vận tốc này được tính bởi [19]:

$$U_{cr}(z) = U_{cr}(z_e) \mu(z) \quad (17)$$

trong đó: z_e - chiều cao tham khảo; $U_{cr}(z_e)$ - vận

tốc gió tới hạn tại z_e , và $\mu(z)$ - hàm biểu diễn vận tốc gió theo luật logarit hoặc lũy thừa, trong đó sự biến thiên về hệ số khí động học, khối lượng, vận tốc gió trung bình, các mode phức đều được xét tới. Do đó, lời giải (17) có thể xem là lời giải chính xác hơn so với các phân tích galloping trước đây.

3. Ví dụ số

Xét một ví dụ áp dụng với một cáp của một cầu dây văng trong thực tế được mô tả ở Pacheco et al. (1993). Cáp được gắn một thiết bị cản nhót trong mặt phẳng thẳng đứng (phương y) và vuông góc với trục cáp. Các thông số của cáp gồm: $L=215.11$ m, $b=0.2$ m, $d/L=0.08$, $T=3.69 \times 10^6$ N, $m=98.6$ kg/m, $f_1=2.825$ Hz. Cáp nghiêng 20° so với mặt phẳng ngang. Cầu nằm ở vị trí có độ dài gờ gờ (roughness length) của

địa hình $z_0 = 0.3$ m. Hướng gió vuông góc với trục cáp. Vận tốc gió theo độ cao giả sử tuân theo qui luật logarit. Hệ số cản của thiết bị giảm chấn được tối ưu theo mode đầu tiên và có giá trị $\xi = d / (2L)$ [5], [6]. Các hệ số khí động được lấy từ nghiên cứu của Luongo and Piccardo [18]: $C_d=0.26$, $C_l=0.42$, $C'_d=-1.6$, $C'_l=1.59$.

Hình 2 thể hiện các dạng dao động của kết cấu ở 2 mode đầu tiên theo 2 phương x và y . Có thể nhận thấy rằng, do sự xuất hiện của cản nhót đặt theo mặt phẳng phương y , các dạng dao động theo phương y (hình 2c-d) không liên tục tại vị trí của cản nhót. Trong khi đó, các dạng dao động theo phương x (hình 2a-b) là các đường liên tục. Các dạng dao động theo phương y là các hàm phức, bao gồm các thành phần thực (đường nét liền) và thành phần ảo (đường nét đứt). Các tính chất của dạng dao động này đã được nêu ở các nghiên cứu trước [4]-[6].

Như đã trình bày ở mục 1, các phương pháp trước đây để phân tích galloping cho hệ cáp-cản nhót

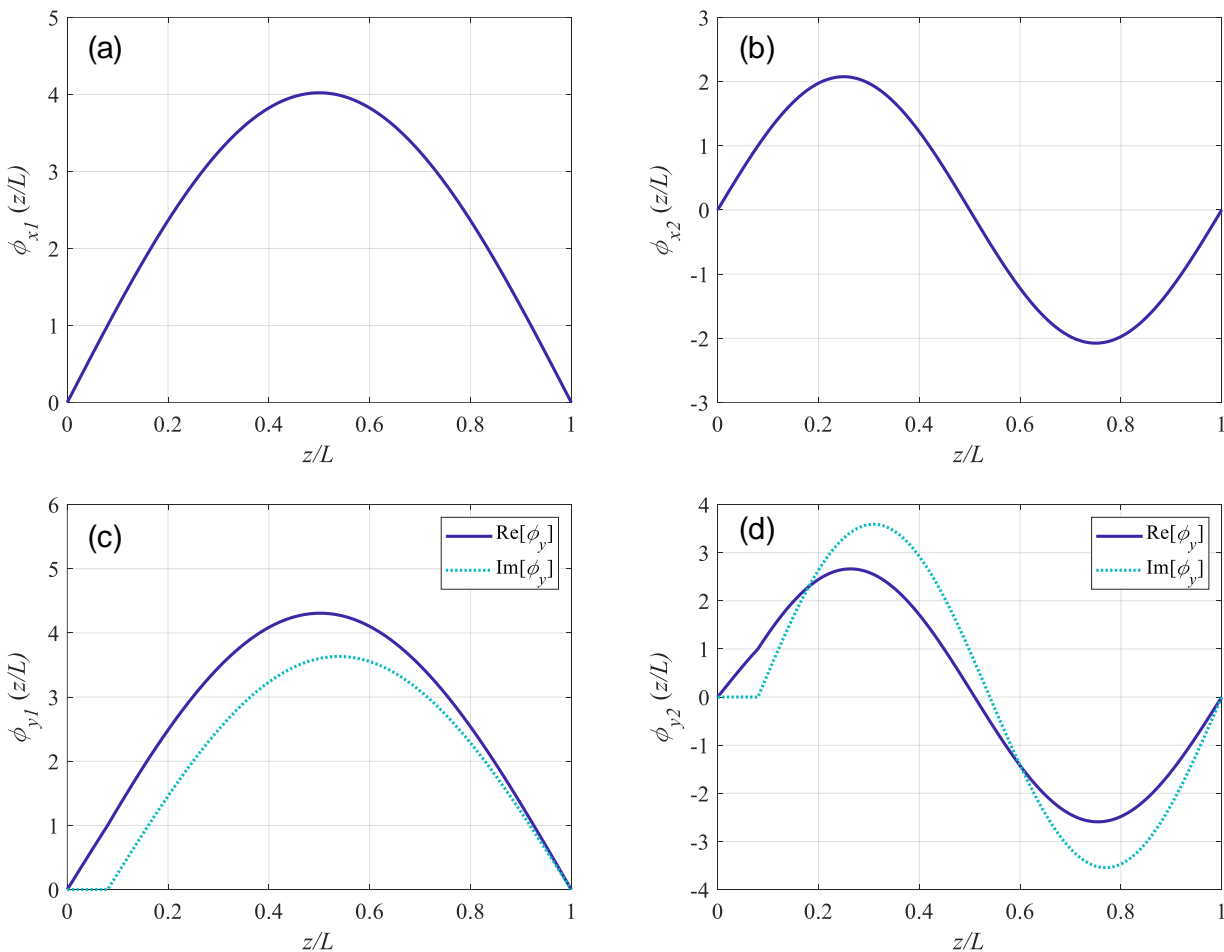
bỏ qua một số yếu tố như liên kết các mode, các mode phức... nên chỉ cho ra lời giải xấp xỉ. Để đánh giá vai trò của các mode phức và liên kết giữa các mode, lời giải cho các trường hợp sau đây được so sánh với nhau:

- (i) Dao động trong hai mặt phẳng x và y liên kết với nhau, mode $\phi_y(z)$ là phức.
- (i.r) Như trường hợp (i) nhưng bỏ qua thành phần ảo của các mode $\phi_y(z)$, nghĩa là các mode $\phi_y(z)$ là thực.

- (ii) Dao động trong hai mặt phẳng x và y độc lập với nhau, dạng mode $\phi_y(z)$ là phức.

- (ii.r) Như trường hợp (ii) nhưng bỏ qua thành phần ảo của các mode $\phi_y(z)$, nghĩa là các mode $\phi_y(z)$ là thực.

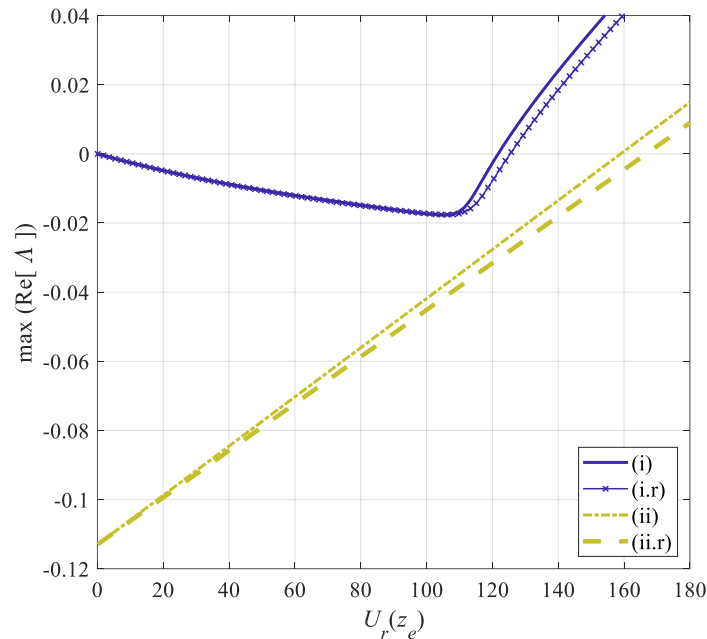
Trong bốn trường hợp nêu trên, trường hợp (ii.r) chính là trường hợp phổ biến và được xét đến trong các tiêu chuẩn chống gió hiện hành. Điều kiện để xảy ra mất ổn định galloping trong trường hợp này chính là điều kiện Glauert-Den Hartog.



Hình 2. Các dạng dao động: (a) mode 1 theo phương x; (b) mode 2 theo phương x; (c) mode 1 theo phương y; (d) mode 2 theo phương y

Kết quả phân tích cho 4 trường hợp trên được thể hiện ở hình 3: các giá trị lớn nhất của thành phần thực của các giá trị riêng biến thiên theo vận tốc thu gọn $U(z_e) = U(z_e)/(f_1 b)$. Có thể nhận thấy rằng khi $\phi_y(z)$ là hàm phức, hệ bị mất ổn định khi $U(z_e) \geq 120$ khi xét liên kết các mode dao động giữa hai mặt phẳng x và y (đường liên tục) và $U(z_e) \geq 158$ khi không xét liên kết

này (đường chấm-gạch đứt). Nói cách khác, vận tốc tới hạn lần lượt của các trường hợp này là 120 và 158. Kết quả này chứng tỏ sự liên kết giữa các mode theo hai phương dao động là đáng kể, làm cho kết cấu dễ mất ổn định hơn. Do đó, trong việc phân tích galloping, nếu bỏ qua liên kết dao động này sẽ dẫn tới kết quả tính toán gây bất lợi cho kết cấu.



Hình 3. Giá trị lớn nhất thành phần thực của các giá trị riêng của hệ tương ứng với vận tốc gió thu gọn trong các trường hợp khác nhau

Đối với trường hợp bỏ qua thành phần ảo của $\phi_y(z)$, nghĩa là $\phi_y(z) = \phi_x(z)$, vận tốc tới hạn sẽ lần lượt là 126 (có xét liên kết giữa 2 mặt phẳng, đường dẫu +) và 166 (không có xét liên kết giữa 2 mặt phẳng, đường gạch đứt). Kết quả này chỉ ra vai trò quan trọng của các mode phức và hạn chế của điều kiện Glauert-Den Hartog. Bỏ qua thành phần ảo sẽ dẫn đến vận tốc tới hạn tính được sẽ lớn hơn thực tế, gây bất lợi cho kết cấu.

4. Kết luận

Bài báo này trình bày lý thuyết phân tích galloping cho trường hợp kết cấu dây văng có gắn hệ cản nhớt. Các mode phức, sự liên kết giữa các mode trong cùng một mặt phẳng và giữa các mặt phẳng với nhau, sự thay đổi dọc theo chiều dài cáp của hệ số khí động và tiết diện được xét đến. Dựa trên số liệu của cáp dây văng trong thực tế, lý thuyết được áp dụng cho một trường hợp cụ thể đã chỉ ra một số điểm quan trọng cần bàn luận. Thứ nhất, việc liên kết dao động trong hai mặt phẳng cáp là rất quan trọng. Nếu bỏ qua sự liên kết này sẽ dẫn tới những sai số khi tính toán điều kiện xảy ra mất ổn định theo chiều hướng không an toàn, gây bất lợi cho kết cấu. Thứ hai, các mode phức đóng vai trò quan trọng đối với tính ổn định của kết cấu. Các phân tích galloping hiện nay thường bỏ qua thành phần ảo của các mode phức này sẽ dẫn đến kết quả vận tốc tới hạn lớn hơn so với việc xét các thành phần ảo đó. Điều này đồng nghĩa với việc áp dụng các phương pháp truyền thống cũng như các tiêu chuẩn hiện hành sẽ dẫn tới sai số gây bất lợi cho kết cấu.

Với những kết quả trên, việc tiếp tục áp dụng các phương pháp truyền thống cần phải được tiến hành cẩn thận. Hai yếu tố là sự liên kết các mode trong các mặt phẳng và các mode phức cần phải được xem xét kỹ lưỡng. Ngoài ra, cần tiến hành thêm nhiều nghiên cứu cho các trường hợp cáp dây văng có hệ số khí động khác với ví dụ số đã nêu, cũng như các yếu tố khác như: sự ảnh hưởng của số Reynolds đối với hệ số khí động, độ cong của dây cáp, ảnh hưởng phi tuyến của cáp... Ngoài việc sử dụng thiết bị cản nhớt, các thiết bị cản khác như cản từ (MR damper), cản chủ động (active damper)... cũng cần được nghiên cứu thêm để hiểu rõ sự ảnh hưởng của chúng đối với ứng xử khí động học của kết cấu.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 107.04-2017.321.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. T. G. Carne (1981), "Guy Cable Design and Damping for Vertical Axis Wind Turbines", *Report no. SAND80-2669, Sandia National Laboratory, Albuquerque, N.M., no. SAND80-2669.*
2. M. Yoneda and K. Maeda (1989), "A study on practical estimation method for structural damping of stay cable with damper", in *Proceedings of the Canada-Japan Workshop on Bridge Aerodynamics*, pp. 119-128.
3. K. Uno, S. Kitagawa, H. Tsutsumi, A. Inoue, and S. Nakaya (1991), "A Simple Method of Designing Cable Vibration Dampers of Cable-stayed Bridges", *JSCE Journal of Structural Engineering*, vol. 37A, pp. 789-798.

4. B. M. Pacheco, Y. Fujino, and A. Sulekh (1993), "Estimation Curve for Modal Damping in Stay Cables with Viscous Damper", *Journal of Structural Engineering*, vol. 119, no. 6, pp. 1961–1979.
5. E. D. S. Caetano (2007), Cable Vibrations in Cable-stayed Bridges, *SED 9. CH-8093 Zurich, Switzerland: IABSE (International Association for Bridge and Structural Engineering: www.iabse.org)*.
6. Y. Fujino, K. Kimura, and H. Tanaka (2012), "Wind resistant design codes for bridges in Japan", *Wind Resist. Des. Bridg. Japan*, no. 2002, pp. 1–7.
7. S. Krenk (2000), "Vibrations of a Taut Cable With an External Damper", *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 67, no. 4, pp. 772–776.
8. J. A. Main and N. P. Jones (2002), "Free vibrations of taut cable with attached damper. I: Linear viscous damper", *Journal Of Engineering Mechanics-Asce*, vol. 128, no. 10, pp. 1062–1071.
9. N. Hoang and Y. Fujino (2008), "Combined Damping Effect of Two Dampers on a Stay Cable", *ASCE Journal of Structural Engineering*, pp. 299–303.
10. Y. Fujino, K. Kimura, and H. Tanaka (2012), "Wind resistant design codes for bridges in Japan", *Wind Resistant Design of Bridges in Japan*, pp. 1–7.
11. B. H. Glauert (1919), "The rotation of an aerofoil about a fixed axis", *Report and memoranda, No. 595, British Advisory Committee for Aeronautics (ARC), no. R & M No. 595*, pp. 443–447.
12. J. P. Den Hartog (1932), "Transmission line vibration due to sleet," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 51, pp. 1074–1076.
13. K. F. Jones (1992), "Coupled Vertical and Horizontal Galloping", *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 118, no. 1, pp. 92–107.
14. B. P. Yu, Y. M. Desai, A. H. Shah, and N. Popplewelp (1993), "Three-degree-of-freedom model for galloping. Part I: formulation", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 119, no. 12, pp. 2404–2425.
15. B. P. Yu, Y. M. Desai, A. H. Shah, and N. Popplewelp (1993), "Three-degree-of-freedom model for galloping. Part II: solutions", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 119, no. 12, pp. 2426–2448.
16. J. H. G. Macdonald and G. L. Larose (2006), "A unified approach to aerodynamic damping and drag/lift instabilities, and its application to dry inclined cable galloping", *Journal of Fluids and Structures*, vol. 22, no. 2, pp. 229–252.
17. J. H. G. Macdonald and G. L. Larose (2008), "Two-degree-of-freedom inclined cable galloping-Part 1: General formulation and solution for perfectly tuned system", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 96, no. 3, pp. 291–307.
18. A. Luongo and G. Piccardo (2005), "Linear instability mechanisms for coupled translational galloping", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 288, no. 4–5, pp. 1027–1047.
19. N. Nikitas and J. H. G. Macdonald (2014), "Misconceptions and generalisations of the Den Hartog galloping criterion", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 140, no. 4, pp. 1–11.
20. C. H. Nguyen, A. Freda, G. Solari, and F. Tubino (2015), "Aeroelastic instability and wind-excited response of complex lighting poles and antenna masts", *Engineering Structures*, vol. 85, pp. 264–276.
21. C. H. Nguyen and J. H. G. Macdonald (2018), "Galloping analysis of a stay cable with an attached viscous damper considering complex modes", *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 144, no. 2.
22. T. Igusa, A. Der Kiureghian, and J. L. Sackman (1984), "Modal decomposition method for stationary response of non-classically damped systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 12, no. 1, pp. 121–136.
23. A. S. Veletsos and C. E. Ventura (1986), "Modal analysis of non-classically damped linear systems" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 14, no. January 1985, pp. 217–243.

Ngày nhận bài: 04/5/2020.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 08/6/2020.

The role of complex modes and coupling modes on galloping condition of a taut cable attached with a viscous damper