

DAO ĐỘNG CỦA DẦM CƠ TÍNH BIẾN THIÊN HAI CHIỀU CÓ LỖ RỔNG VI MÔ CHỊU LỰC DI ĐỘNG

TS. LÊ THỊ HÀ

Trường Đại học Giao thông vận tải

Tóm tắt: Bài báo nghiên cứu dao động của dầm cơ tính biến thiên hai chiều (2D-FGM) có lỗ rỗng vi mô chịu lực di động bằng lý thuyết dầm bậc cao. Tính chất vật liệu được giả thiết thay đổi theo chiều cao và chiều dài dầm bằng quy luật hàm số lũy thừa. Sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn, phương trình chuyển động cho dầm được thiết lập dưới dạng rời rạc, từ đó tính toán các tham số dao động của dầm. Công thức phần tử hữu hạn thiết lập trong bài báo được so sánh và kiểm chứng với kết quả đã công bố. Ngoài ra, ảnh hưởng của các tham số lỗ rỗng, tham số phân bố vật liệu đến đặc tính dao động của dầm được nghiên cứu và thảo luận chi tiết trong bài báo.

Từ khóa: dầm có cơ tính biến thiên hai chiều, lý thuyết biến dạng trượt bậc cao, dao động tự do, phương pháp phần tử hữu hạn.

Abstract: This paper studies the vibration of a bi-directional functionally graded (FG) porous beams under of a moving load, based on a high-order shear deformation theory. The material properties of a bidirectional FG porous beam are assumed vary in both axial and thickness directions according to a power law. The finite element method is used to discretize the model and to compute the vibration characteristics of the beams. The accuracy of the derived formulation is confirmed by comparing the obtained results with the published data. A parametric study in carry out to show the effects of the porous parameter, material distribution on the vibration of the beams are examined and discussed.

Keywords: A bidirectional functionally graded material, a high-order shear deformation theory, porous, free vibration, finite element method.

1. Đặt vấn đề

Vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM) là vật liệu composite được tạo thành từ hai vật liệu thành phần với tỷ lệ thể tích thay đổi theo một hay nhiều hướng không gian nào đó. Kết cấu dầm được làm từ FGM

đơn hướng, tức là các tính chất vật liệu chỉ thay đổi theo một hướng không gian, chiều cao hoặc chiều dài của dầm. Trong thực tế, kết cấu FGM đơn hướng không tối ưu khi chịu tác động đồng thời của các tải trọng cơ, nhiệt theo các hướng khác nhau. Việc phát triển các vật liệu có cơ tính biến đổi theo nhiều hướng khác nhau là nhu cầu thực tế và có ý nghĩa khoa học. Nghiên cứu ứng xử cơ học của dầm có cơ tính biến thiên hai chiều (2D-FGM) đã được một số tác giả quan tâm trong thời gian gần đây.

Sử dụng các đa thức để xấp xỉ trường chuyển vị, Simsek [1] nghiên cứu dao động cưỡng bức của dầm 2D-FGM chịu tải trọng di động với tính chất vật liệu biến thiên theo quy luật hàm số mũ. Tác giả chỉ ra rằng sự phân bố ứng suất trong dầm 2D-FGM khác xa so với dầm 1D-FGM hay dầm thuần nhất. Sử dụng phương pháp Ritz, Simsek [2] thu nhận được lực tới hạn cho dầm Timoshenko 2D-FGM có cơ tính biến đổi theo quy luật hàm số lũy thừa. Phương pháp giải tích cũng được Pydah và Sabale [3] sử dụng trong phân tích uốn của dầm FGM tròn với các tính chất vật liệu thay đổi theo quy luật hàm số mũ theo hướng tiếp tuyến và quy luật hàm số lũy thừa theo hướng bán kính của dầm. Karamanli [4] kết hợp lý thuyết biến dạng trượt tựa 3D với phương pháp thủy động lực học các hạt trơn đối xứng, để nghiên cứu ứng xử uốn của dầm sandwich 2D-FGM với các giá trị khác nhau của tỷ số giữa chiều dài và chiều cao dầm. Phương pháp cầu phương vi phân cũng được Tang và cộng sự [5] dùng trong nghiên cứu dao động tự do phi tuyến của dầm 2D-FGM, cơ tính biến đổi theo chiều cao bằng quy luật hàm số lũy thừa, chiều dài bằng quy luật hàm số mũ.

Trong nước, nghiên cứu cho dầm có cơ tính biến thiên hai chiều (2D-FGM) vẫn còn ít tác giả quan tâm. Bằng phương pháp phần tử hữu hạn, Nguyễn Đình Kiên và cộng sự [6; 7] nghiên cứu tham số tần số, tham số độ võng cho dầm 2D-FGM

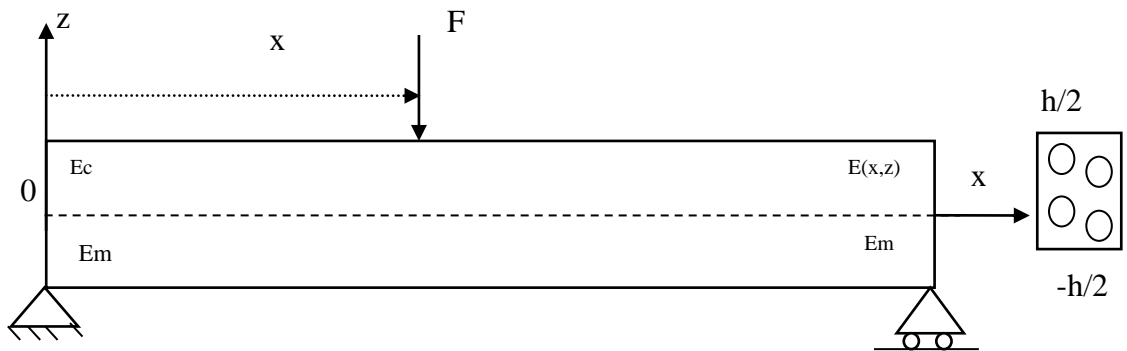
chịu lực di động. Ảnh hưởng của tham số vật liệu, kích thước dầm tới tham số tần số được nghiên cứu chi tiết. Lê Thị Hà [8] phân tích động lực học cho dầm sandwich 3 lớp, lớp trên cùng được cấu tạo từ vật liệu 2D-FGM chịu lực điều hòa di động.

Theo hiểu biết của tác giả, các công bố trong và ngoài nước mới nghiên cứu cho dầm có cơ tính biến thiên hai chiều hoàn hảo. Tuy nhiên, đối với dầm có cơ tính biến thiên một chiều có lỗ rỗng vi mô đã được Wattanasakulpong [9] nghiên cứu. Trong bài báo này, tác giả nghiên cứu dao động của dầm giản đơn chịu lực di động, dầm được làm từ vật liệu có cơ tính biến thiên hai chiều không hoàn hảo do có lỗ rỗng vi mô. Ảnh hưởng của tham số lỗ rỗng,

tham số vật liệu đến tham số tần số của dầm được nghiên cứu chi tiết trong bài báo.

2. Phương trình vi phân chuyển động cho dầm

Hình 1 minh họa dầm giản đơn được làm từ vật liệu 2D-FGM có lỗ rỗng vi mô, có chiều dài L , chiều rộng b , chiều cao h , F là lực di động trên dầm. Dầm 2D-FGM được tạo từ hai vật liệu thành phần: gốm và kim loại, với tỷ lệ thể tích thay đổi theo chiều cao và chiều dài dầm bằng quy luật hàm số lũy thừa. Theo Karamanli [4], mặt đáy của dầm hoàn toàn là kim loại ($0 \leq x < L, z = -h/2$), góc trái của dầm ($x=0, z=h/2$) là gốm và góc bên phải của dầm ($x=L, z=h/2$) bao gồm cả gốm và kim loại. Như vậy, vật liệu của dầm thay đổi theo cả chiều cao và chiều dài dầm và được viết dưới dạng:



Hình 1. Mô hình dầm xốp có cơ tính biến thiên hai chiều (2D-FGM)

$$V_c(x, z) = \left(1 - \frac{x}{2L}\right)^m \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^n; \quad V_c(x, z) + V_m(x, z) = 1; \tag{1}$$

$$-\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}; \quad 0 \leq x \leq L$$

Từ công thức (1), V_c, V_m tương ứng là thể tích của vật liệu gốm và kim loại; m, n lần lượt là tham số vật liệu biến đổi theo chiều dài và chiều cao dầm.

Do đó, tính chất hiệu dụng của dầm 2D-FGM có lỗ rỗng vi mô được viết theo Wattanasakulpong [9] như sau:

$$P(x, z) = (P_c - P_m) \left(1 - \frac{x}{2L}\right)^m \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^n + P_m - \frac{V_p}{2} (P_c + P_m) \tag{2}$$

Trong công thức (2), P_c, P_m tương ứng là tính chất hiệu dụng của vật liệu gốm và kim loại, V_p là tham số lỗ rỗng của vật liệu. Từ

công thức (2), mô đun đàn hồi Young $E(x,z)$, mật độ khối $\rho(x,z)$ của dầm viết dưới dạng sau:

$$E(x, z) = (E_c - E_m) \left(1 - \frac{x}{2L}\right)^m \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^n + E_m - \frac{V_p}{2} (E_c + E_m) \tag{3}$$

$$\rho(x, z) = (\rho_c - \rho_m) \left(1 - \frac{x}{2L}\right)^m \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^n + \rho_m - \frac{V_p}{2} (\rho_c + \rho_m)$$

Từ công thức (3), E_c, E_m, ρ_c, ρ_m tương ứng là mô đun đàn hồi, mật độ khối của gốm và kim loại. Theo lý thuyết dầm bậc cao của Shi (1999),

chuyển vị dọc trục u và chuyển vị ngang w tại điểm bất kỳ trên dầm biểu diễn dưới dạng như sau:

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) + z(\gamma_0 - w_{0,x}) - \alpha z^3 \gamma_0, \tag{4}$$

$$w(x, z, t) = w_0(x, t),$$

Với u_0, w_0 tương ứng là thành phần chuyển vị dọc trục và chuyển vị ngang tại một điểm trên mặt giữa dầm; $\alpha = 4/3 h^2$; γ_0 là góc trượt ngang. Theo lý thuyết biến dạng nhỏ, các thành phần biến dạng dọc trục và biến dạng trượt ($\epsilon_{xx}, \gamma_{xz}$) có dạng:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= u_{0,x} + z(\gamma_{0,x} - w_{0,xx}) - \alpha z^3 \gamma_{0,x} \\ \gamma_{xz} &= \gamma_0 - 3\alpha z^2 \gamma_0 \end{aligned} \tag{5}$$

Theo định luật Hooke, ứng suất dọc trục và ứng suất trượt của dầm có dạng:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= E(x, z) \cdot \epsilon_{xx} = E(x, z) [u_{0,x} + z(\gamma_{0,x} - w_{0,xx}) - \alpha z^3 \gamma_{0,x}] \\ \tau_{xz} &= G(x, z) \gamma_{xz} = \frac{E(x, z)}{2(1 + \nu)} [\gamma_0 - 3\alpha z^2 \gamma_0] \end{aligned} \tag{6}$$

Trong công thức (6), $E(x, z)$ và $G(x, z)$ tương ứng là mô đun đàn hồi và mô đun trượt; σ_{xx} và τ_{xz} lần lượt là ứng suất dọc trục và ứng suất trượt. Năng lượng biến dạng cho dầm nhận được từ các công thức (5), (6) có dạng:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_{11} u_{0,x}^2 + 2A_{12} u_{0,x} (\gamma_{0,x} - w_{0,xx}) + A_{22} (\gamma_{0,x} - w_{0,xx})^2 - 2A_{34} \alpha u_{0,x} \gamma_{0,x} - 2\alpha A_{44} \gamma_{0,x} (\gamma_{0,x} - w_{0,xx}) + \alpha^2 A_{66} \gamma_{0,x}^2 + B_{44} \gamma_0^2 \right] dx \tag{7}$$

Trong công thức (7), $A_{11}, A_{12}, A_{22}, A_{34}, A_{44}, A_{66}$ và B_{44} tương ứng là các độ cứng của dầm và chúng được biểu diễn như sau:

$$(A_{11}, A_{12}, A_{22}, A_{34}, A_{44}, A_{66})(x, z) = \int_A E(x, z) (1, z, z^2, z^3, z^4, z^6) dA \tag{8}$$

$$B_{44}(x, z) = \int_A G(x, z) (1 - 6\alpha z^2 + 9\alpha^2 z^4) dA$$

Từ trường chuyển vị (4), ta có thể viết biểu thức động năng của dầm dưới dạng:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left[I_{11} (\dot{u}_0^2 + \dot{w}_0^2) + I_{22} (\dot{\gamma}_0 - \dot{w}_{0,x})^2 + \alpha^2 I_{66} \dot{\gamma}_0^2 + 2I_{12} \dot{u}_0 (\dot{\gamma}_0 - \dot{w}_{0,x}) - 2\alpha I_{34} \dot{u}_0 \dot{\gamma}_0 - 2\alpha I_{44} \dot{\gamma}_0 (\dot{\gamma}_0 - \dot{w}_{0,x}) \right] dx \tag{9}$$

Từ công thức (9) các thành phần $I_{11}, I_{12}, I_{22}, I_{34}, I_{44}, I_{66}$ tương ứng là các momen khối lượng được tính bởi công thức sau:

$$(I_{11}, I_{12}, I_{22}, I_{34}, I_{44}, I_{66})(x, z) = \int_A \rho(x, z) (1, z, z^2, z^3, z^4, z^6) dA \tag{10}$$

Thế năng của lực di động trên dầm được viết như sau:

$$V = -Fw(x) \delta(x - vt_i) \tag{11}$$

Từ công thức (11), $\delta(\cdot)$ là hàm Dirac delta, thể hiện vị trí mà lực tác dụng lên dầm, v là vận tốc của lực di động, t_i thời gian lực di động.

Áp dụng phương pháp phần tử hữu hạn, chia dầm thành nhiều phần tử, mỗi phần tử có hai nút và mỗi

nút có 4 chuyển vị, chiều dài của một phần tử là l , véc tơ chuyển vị nút \mathbf{d} của một phần tử dầm có dạng:

$$\mathbf{d} = \{u_i, w_i, w_{i,x}, \gamma_i, u_j, w_j, w_{j,x}, \gamma_j\}^T \tag{12}$$

Trong công thức (12), $u_i, w_i, w_{i,x}, \gamma_i, u_j, w_j, w_{j,x}, \gamma_j$ lần lượt là các giá trị của $u_0, w_0, w_{0,x}, \gamma_0$ ở nút i và nút j . Chỉ số trên “ T ” ký hiệu là chuyển vị của véc tơ hoặc ma trận. Các chuyển vị dọc trục, chuyển vị theo phương ngang

và góc xoay của mỗi nút trong một phần tử dầm nội suy theo công thức:

$$u_0 = N_u \cdot \mathbf{d}; w_0 = N_w \cdot \mathbf{d}; \gamma_0 = N_\gamma \cdot \mathbf{d} \quad (13)$$

Từ công thức (13), N_u , N_w , N_γ tương ứng là các ma trận hàm dạng cho các chuyển vị dọc trục, theo phương ngang và góc xoay của mỗi nút. Trong bài báo này, sử dụng hàm Hermite cho N_w , sử dụng các hàm dạng tuyến tính cho N_u , N_γ . Biểu thức năng lượng biến dạng đàn hồi từ công thức (7), viết dưới dạng công thức phần tử hữu hạn như:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{11} &= \int_0^l N_{u,x}^T A_{11} N_{u,x} dx; & \mathbf{k}_{12} &= 2 \int_0^l N_{u,x}^T A_{12} (N_{\gamma,x} - N_{w,xx}) dx; \\ \mathbf{k}_{22} &= \int_0^l (N_{\gamma,x} - N_{w,xx})^T A_{22} (N_{\gamma,x} - N_{w,xx}) dx; & \mathbf{k}_{34} &= -2\alpha \int_0^l N_{u,x}^T A_{34} N_{\gamma,x} dx; \\ \mathbf{k}_{44} &= -2\alpha \int_0^l N_{\gamma,x}^T A_{44} (N_{\gamma,x} - N_{w,xx}) dx; & \mathbf{k}_{66} &= \alpha^2 \int_0^l N_{\gamma,x}^T A_{66} N_{\gamma,x} dx; & \mathbf{k}_s &= \int_0^l N_\gamma^T B_{44} N_\gamma dx \end{aligned} \quad (16)$$

Tương tự, biểu thức động năng của dầm theo công thức (9), viết dưới dạng công thức phần tử hữu hạn như sau:

$$T = \frac{1}{2} \sum^{ne} \mathbf{d}^T \mathbf{m} \mathbf{d} \quad (17)$$

Trong công thức (17), \mathbf{m} ma trận khối lượng, được viết:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_{11} + \mathbf{m}_{12} + \mathbf{m}_{22} + \mathbf{m}_{34} + \mathbf{m}_{44} + \mathbf{m}_{66} \quad (18)$$

và

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{11} &= \int_0^l (N_u^T + N_w^T) I_{11} (N_u + N_w) dx; & \mathbf{m}_{12} &= 2 \int_0^l N_u^T I_{12} (N_\gamma - N_{w,x}) dx; \\ \mathbf{m}_{22} &= \int_0^l (N_\gamma - N_{w,x})^T I_{22} (N_\gamma - N_{w,x}) dx; & \mathbf{m}_{34} &= -2\alpha \int_0^l N_u^T I_{34} N_\gamma dx; \\ \mathbf{m}_{44} &= -2\alpha \int_0^l N_{\gamma,x}^T I_{44} (N_\gamma - N_{w,x}) dx; & \mathbf{m}_{66} &= \alpha^2 \int_0^l N_\gamma^T I_{66} N_\gamma dx; \end{aligned} \quad (19)$$

Bỏ qua ảnh hưởng cản của vật liệu dầm, phương trình chuyển động cho dầm 2D-FGM có lẽ rỗng vì mô có thể viết dưới dạng ngôn ngữ phần tử hữu hạn như sau:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{K}\mathbf{D} = \mathbf{F}^{ex} \quad (20)$$

Trong công thức (20), \mathbf{M} , \mathbf{K} tương ứng là ma trận khối lượng và ma trận độ cứng tổng thể của dầm 2D-FGM; \mathbf{D} là vectơ chuyển vị nút tổng thể cho dầm 2D-FGM, \mathbf{F}^{ex} là véc tơ lực ngoài tổng thể. Áp dụng phương pháp tích phân trực tiếp Newmark để giải phương trình (20), ta được

$$U = \frac{1}{2} \sum^{ne} \mathbf{d}^T \mathbf{k} \mathbf{d} \quad (14)$$

Từ công thức (14), ký hiệu ne là tổng số phần tử của dầm; \mathbf{k} là ma trận độ cứng của phần tử dầm và viết dưới dạng:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_{11} + \mathbf{k}_{12} + \mathbf{k}_{22} + \mathbf{k}_{34} + \mathbf{k}_{44} + \mathbf{k}_{66} + \mathbf{k}_s \quad (15)$$

Trong công thức (15), các ma trận \mathbf{k}_{11} , \mathbf{k}_{12} , \mathbf{k}_{22} , \mathbf{k}_{34} , \mathbf{k}_{44} , \mathbf{k}_{66} , \mathbf{k}_s được tính theo công thức sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{11} &= \int_0^l N_{u,x}^T A_{11} N_{u,x} dx; & \mathbf{k}_{12} &= 2 \int_0^l N_{u,x}^T A_{12} (N_{\gamma,x} - N_{w,xx}) dx; \\ \mathbf{k}_{22} &= \int_0^l (N_{\gamma,x} - N_{w,xx})^T A_{22} (N_{\gamma,x} - N_{w,xx}) dx; & \mathbf{k}_{34} &= -2\alpha \int_0^l N_{u,x}^T A_{34} N_{\gamma,x} dx; \\ \mathbf{k}_{44} &= -2\alpha \int_0^l N_{\gamma,x}^T A_{44} (N_{\gamma,x} - N_{w,xx}) dx; & \mathbf{k}_{66} &= \alpha^2 \int_0^l N_{\gamma,x}^T A_{66} N_{\gamma,x} dx; & \mathbf{k}_s &= \int_0^l N_\gamma^T B_{44} N_\gamma dx \end{aligned} \quad (16)$$

Tương tự, biểu thức động năng của dầm theo công thức (9), viết dưới dạng công thức phần tử hữu hạn như sau:

$$T = \frac{1}{2} \sum^{ne} \mathbf{d}^T \mathbf{m} \mathbf{d} \quad (17)$$

Trong công thức (17), \mathbf{m} ma trận khối lượng, được viết:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_{11} + \mathbf{m}_{12} + \mathbf{m}_{22} + \mathbf{m}_{34} + \mathbf{m}_{44} + \mathbf{m}_{66} \quad (18)$$

và

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{11} &= \int_0^l (N_u^T + N_w^T) I_{11} (N_u + N_w) dx; & \mathbf{m}_{12} &= 2 \int_0^l N_u^T I_{12} (N_\gamma - N_{w,x}) dx; \\ \mathbf{m}_{22} &= \int_0^l (N_\gamma - N_{w,x})^T I_{22} (N_\gamma - N_{w,x}) dx; & \mathbf{m}_{34} &= -2\alpha \int_0^l N_u^T I_{34} N_\gamma dx; \\ \mathbf{m}_{44} &= -2\alpha \int_0^l N_{\gamma,x}^T I_{44} (N_\gamma - N_{w,x}) dx; & \mathbf{m}_{66} &= \alpha^2 \int_0^l N_\gamma^T I_{66} N_\gamma dx; \end{aligned} \quad (19)$$

tham số độ võng cũng như tham số động lực học cho dầm.

3. Kết quả số

Cho dầm 2D-FGM với tỉ số giữa chiều dài và chiều cao dầm là $L/h = 20$, dầm làm từ hai vật liệu thành phần: Sắt oxit (Fe_2O_3) và sắt (Fe). Các tính chất vật liệu của dầm 2D-FGM sử dụng tính toán trong bài báo: Sắt oxit (Fe_2O_3): $E_c=390$ (GPa), $\rho_c=3960$ (kg/m^3), $\nu = 0,3$. Sắt (Fe): $E_m= 210$ (GPa), $\rho_m = 7800$ (kg/m^3). Để thuận tiện cho việc thảo luận kết quả tính toán số, tham số độ võng, f_D , cho dầm 2D-FGM chuẩn hóa theo công thức:

$$f_D = \max \left(\frac{w_0(L/2, t)}{w_{st}} \right); \quad w_{st} = \frac{FL^3}{48E_m I} \tag{21}$$

Trong đó, w_{st} là độ võng tĩnh của dầm kim loại chịu tác dụng lực F tại giữa dầm.

Bảng 1. Kết quả so sánh tham số tần số cơ bản với Wattanasakulpong [9] ($V_p=0.2; m=0$)

n	L/h=5		L/h=10		L/h=20	
	Bài báo	[9]	Bài báo	[9]	Bài báo	[9]
0.2	1.9628	1.9205	1.1173	1.1092	0.5812	0.5797
0.5	1.7799	1.7402	1.0049	0.9956	0.5212	0.5186
1	1.5555	1.5210	0.8712	0.8606	0.4507	0.4465
2	1.3047	1.2815	0.7299	0.7193	0.3775	0.3722
5	1.0777	1.0933	0.6257	0.6229	0.3281	0.3241

Để kiểm tra độ tin cậy của chương trình tính toán và các công thức phần tử hữu hạn thiết lập được, bài báo so sánh tham số tần số của dầm với kết quả Wattanasakulpong [9]. Khi so sánh với kết quả của Wattanasakulpong [9], bài báo lấy số liệu và công thức tính xác định tham số tần số theo tài liệu [9]. Bảng 1 minh họa tham số tần số cơ bản của dầm FGM khi cho 5 giá trị tham số vật liệu biến đổi theo chiều cao dầm n , tham số lỗ rỗng của vật

liệu $V_p = 0.2$; tham số vật liệu biến đổi theo chiều dọc $m = 0$, với ba trường hợp của tỉ số L/h . Nhìn vào bảng, ta thấy kết quả của bài báo tính tham số tần số cơ bản cho năm giá trị của tham số vật liệu phân bố theo chiều cao dầm n , sát với kết quả đã công bố của Wattanasakulpong [9]. Như vậy, công thức phần tử hữu hạn, chương trình tính ma trận độ cứng và ma trận khối lượng do bài báo xây dựng có độ tin cậy.

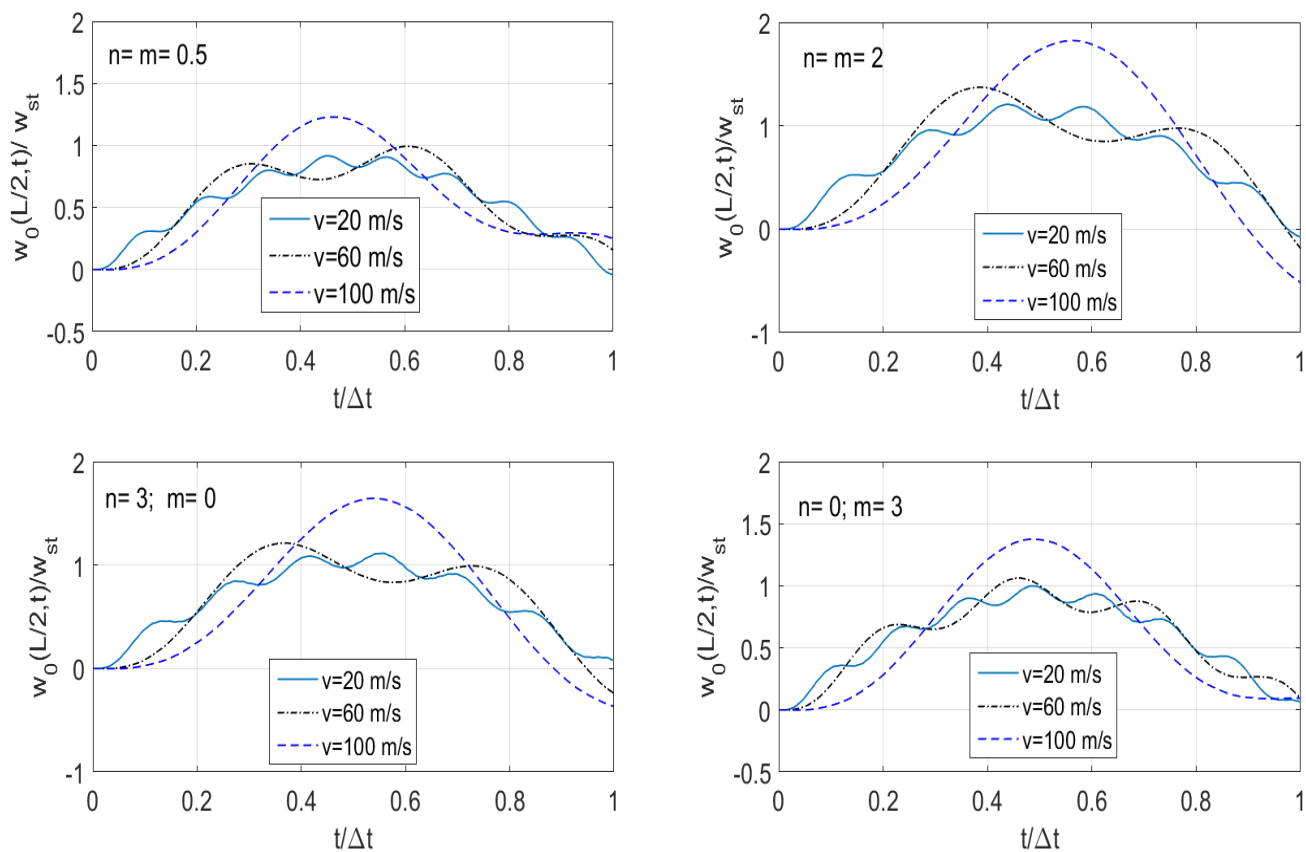
Bảng 2. So sánh tham số động lực học, f_D , với Şimşek và Kocatürk [11] ($V_p = 0, m = 0$)

n	f_D - [11]	f_D -bài báo	$v(m/s)$ -[11]	$v(m/s)$ - bài báo
0.2	1.0344	1.0401	222	220
0.5	1.1444	1.1504	198	196
1	1.2503	1.2569	179	177
2	1.3376	1.3451	164	163
Dầm gốm	0.9328	0.9379	252	250
Dầm kim loại	1.7324	1.7418	132	130

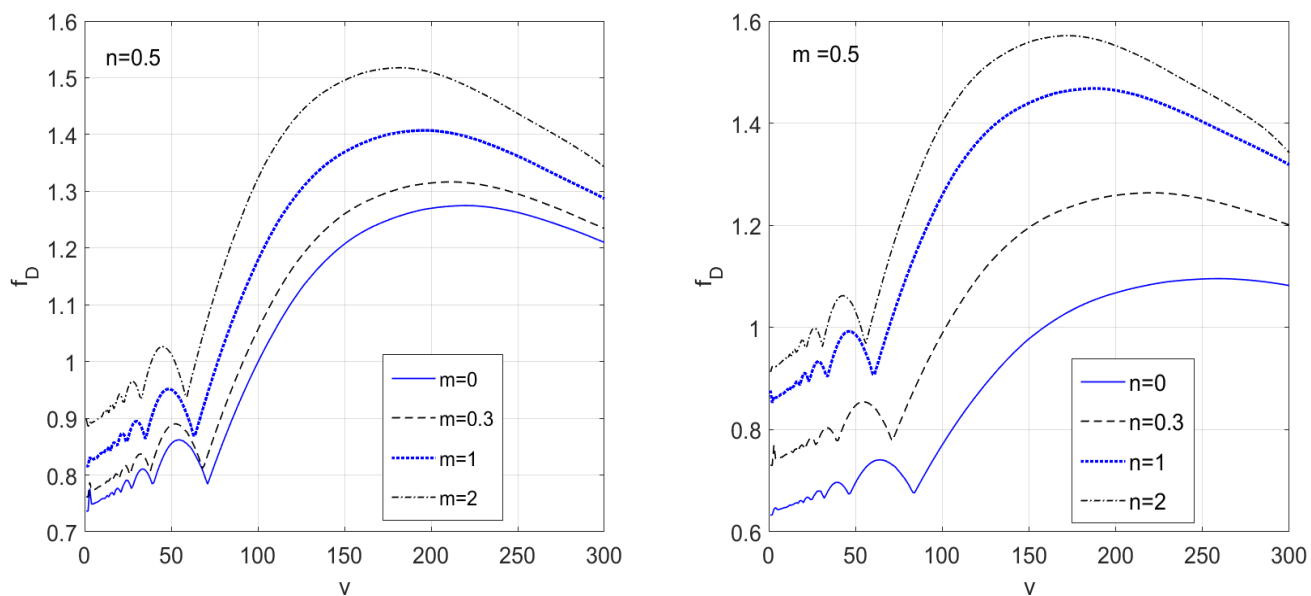
Bảng 2 so sánh tham số độ võng của dầm với tham số độ võng của tác giả Şimşek và Kocatürk, khi cho một vài giá trị của tham số vật liệu theo chiều cao dầm. Các số liệu và công thức tính được lấy trong tài liệu Şimşek và Kocatürk [11]. Nhìn vào bảng 2, kết quả của bài báo tính toán được gần với kết quả đã công bố [11]. Do đó, chương trình tính cho tham số độ võng động mà bài báo thiết lập được là đáng tin cậy.

Hình 2 chỉ ra độ võng động tại giữa dầm khi cho ba giá trị vận tốc của lực di động ($v = 20$ m/s; $v = 60$ m/s; $v = 100$ m/s, với tham số lỗ rỗng $V_p = 0.2$). Trong bốn trường hợp trên hình vẽ, khi vận tốc có xu hướng tăng lên từ 20 đến 100 m/s thì độ võng động lớn nhất tại giữa dầm cũng tăng dần. Đặc biệt, khi vận tốc lực di động $v = 60$ m/s thì dầm thực hiện nhiều dao động hơn so với hai vận tốc $v = 20$ m/s và $v = 100$ m/s. Hình vẽ minh họa độ võng động tại giữa

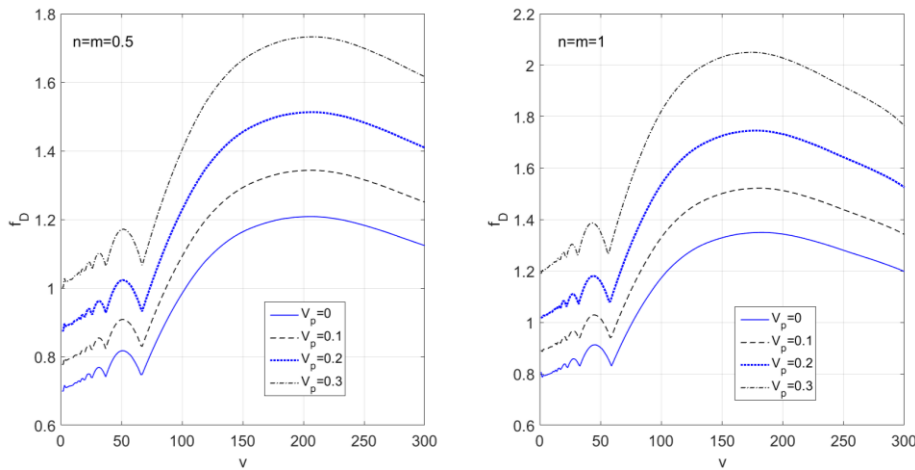
dầm cho hai trường hợp, vật liệu trong dầm phân bố theo chiều cao ($n=3, m=0$), và chiều dọc ($n = 0, m = 3$). Từ hình vẽ, độ võng dầm phân bố theo chiều dài thấp hơn độ võng dầm theo chiều cao, điều đó thể hiện dầm có vật liệu phân bố theo chiều dài cứng hơn dầm có vật liệu phân bố theo chiều cao. Hình 3 minh họa mối quan hệ giữa tham số độ võng, f_D , và tốc độ của lực di động khi cho bốn giá trị của tham số vật liệu, với tham số lỗ rỗng $V_p = 0.1$. Hai hình vẽ mô tả tham số độ võng cho hai trường hợp: khi cố định tham số vật liệu theo chiều cao thì tham số vật liệu theo chiều dọc dầm thay đổi và ngược lại. Khi tham số vật liệu tăng dần thì tham số độ võng cũng tăng lên cho cả hai trường hợp. Vận tốc lực di động thay đổi từ 1 đến dưới 100 m/s, tham số độ võng của dầm lúc tăng lúc giảm. Mặt khác, khi tham số vận tốc lực di động từ 100 đến 300 m/s, tham số độ võng có xu hướng tăng dần lên đến một giá trị cực đại, sau đó lại có xu hướng giảm dần.



Hình 2. Mối quan hệ giữa độ võng tại giữa dầm và thời gian lực di động trên dầm khi cho ba giá trị của vận tốc lực di động ($L/h = 20, V_p=0.2$)



Hình 3. Mối quan hệ giữa tham số độ võng động và vận tốc của lực di động trên dầm khi cho một vài giá trị của tham số vật liệu ($L/h = 20, V_p = 0.1$)



Hình 4. Mối quan hệ giữa tham số độ võng động và vận tốc của lực di động trên dầm khi cho một vài giá trị của tham số lỗ rỗng ($L/h = 20$)

Hình 4 là một bức tranh mô phỏng tham số độ võng và tốc độ của lực di động khi cho bốn giá trị của tham số lỗ rỗng, với hai giá trị của tham số vật liệu ($n=m=0.5$; $n=m=1$). Nhìn vào hình vẽ, với sự tăng nhẹ của tham số lỗ rỗng thì tham số độ võng cũng tăng dần lên. Như vậy, với sự tăng của tham số lỗ rỗng thì đồng nghĩa với việc dầm có xu hướng yếu dần đi cho dù tham số vật liệu có tăng lên.

4. Kết luận

Bài báo đã phân tích dao động dầm 2D-FGM có lỗ rỗng vi mô bằng lý thuyết dầm bậc cao của Shi [10]. Sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn, công thức phần tử hữu hạn và phương trình chuyển động cho dầm 2D-FGM có lỗ rỗng vi mô đã được thiết lập. Dưới sự hỗ trợ của phần mềm Maple và Matlab, ảnh hưởng của các tham số vật liệu biến đổi theo chiều cao và theo chiều dài dầm (n, m), tham số lỗ rỗng (V_p) đến tham số độ võng và độ võng động tại giữa dầm được tính toán và minh họa chi tiết qua hình vẽ. Tham số vật liệu (n, m) đóng vai trò quan trọng trong phân tích dao động của dầm 2D-FGM có lỗ rỗng vi mô, khi tham số vật liệu (n, m) có xu hướng tăng dần thì tham số độ võng của dầm 2D-FGM cũng tăng lên. Ngoài ra, tham số lỗ rỗng V_p có ảnh hưởng nhiều đến tham số tần số của dầm, khi tham số lỗ rỗng tăng lên thì tham số độ võng cũng có xu hướng tăng dần. Điều này thể hiện rõ nét trên hình vẽ (hình 4).

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. M. Simsek. Bi-directional functionally graded materials (BDFGMs) for free and forced vibration of Timoshenko beams with various boundary conditions. *Composite Structures*, 2015, 133, 968–978.
2. M. Simsek. Buckling of Timoshenko beams composed of two-dimensional functionally graded material (2D-FGM) having different boundary conditions. *Composite Structures*, 2016, 149, 304–314.

3. A. Pydah and A. Sabale. Static analysis of bi-directional functionally graded curved beams. *Composite Structures*, 2017, 160, 867–876.
4. A. Karamanli. Bending behaviour of two directional functionally graded sand-wich beams by using a quasi-3d shear deformation theory. *Composite Structures*, 2017, 174, 70–86.
5. Y. Tang, X. Lv and T. Yang. Bi-directional functionally graded beams: asym-metric modes and nonlinear free vibration. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 156, 319–331.
6. Nguyen Dinh Kien, Nguyen Quang Huan, Tran Thi Thom and Bui Van Tuyen. Vibration of bi-dimensional functionally graded Timoshenko beam excited by a moving load. *Acta Mechanica*, 2017, 228, 141–155 (*ISI Journal*).
7. Tran Thi Thom and Nguyen Dinh Kien. Free vibration analysis of 2-D FGM beams in thermal environment based on a new third-order shear deformation theory. *Vietnam Journal of Mechanics*, 2018, 40(2), 121–140.
8. Le Thi Ha. Dynamic behavior of a bidirectional functionally graded sandwich beam underof a moving load based on a high-order shear deformation theory. *The 5th International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA 5)(2019)* 119-126.
9. Wattanasakulpong. N. and A. Chaikittiratana. Flexural vibration of imperfect functionally graded beams based on Timoshenko beam theory: Chebyshev collocation method. *Meccanica* (2015) 50:1331–1342.
10. G.shi and K. Y. Lam. Finite element formulation vibration analysis of composite beams based on higher-order beam theory, *Journal of Sound and Vibration* (1999), 219, pp. 696-610.
11. Şimşek, M, and T. Kocatürk. Free and forced vibration of a functionally graded beam subjected to a concentrated moving harmonic load. *Composite Structures* 90 (2009), pp. 465–473.

Ngày nhận bài: 26/3/2020.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 09/5/2020.