

## Ý TƯỞNG ĐIỀU KHIỂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA ỐNG KHỐI HÌNH TRỤ TRONG DÒNG GIÓ BẰNG TỐI ƯU THAM SỐ

GS.TSKH. ĐÀO HUY BÍCH

Đại học Quốc gia Hà Nội

GS.TSKH. NGUYỄN ĐĂNG BÍCH

Viện KHCN Xây dựng

Tóm tắt: Đối tượng xem xét tối ưu là một ống khối hình trụ bằng bê tông cốt thép cao 193,6m, các tham số đầu vào lấy theo [1]. Chuyển động của ống khối hình trụ trong dòng gió được mô tả bởi phương trình:

$$\ddot{x} + \alpha x^2 \dot{x} + \beta \dot{x} + kx - \frac{1}{2} C \sin(\omega t + \phi) = 0$$

Vấn đề đặt ra là cần tìm quy luật thay đổi theo vận tốc dòng gió của các tham số, để phương trình này cho nghiệm ổn định trong một khoảng biến thiên mong muốn của vận tốc dòng gió.

Dựa vào nghiệm đã biết của phương trình:

$$\ddot{x} - \frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma = 0,$$

Áp dụng tiêu chuẩn tương đương, cho phép tìm được hệ thức ràng buộc giữa các tham số của hai phương trình. Biện luận tiếp theo tìm cách điều khiển các tham số để dao động của hình trụ cắt ngang dòng gió là ổn định trong một khoảng biến thiên mong muốn của vận tốc dòng gió. Điều này có ý nghĩa thực tiễn trong thiết kế kỹ thuật.

Abstract: The object for parametric optimisation is a 193,6-meter-height concrete cylinder chimney, the parameter is described in [1]. The vibration of

$$m \left[ \ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2 x \right] = \frac{1}{2} \rho U^2 D \left[ Y_1(K) \left( 1 - \varepsilon \frac{x^2}{D^2} \right) \frac{\dot{x}}{U} + Y_2(K) \frac{x}{D} + \frac{1}{2} C_L(K) \sin(\omega t + \phi) \right] \quad (1)$$

trong đó:

Tham số kết cấu m, D,  $\phi$ ,  $\xi$ ;

m - khối lượng quy đổi tương đương trên đơn vị dài kết cấu;

D - đường kính hình trụ;

$\xi$  - tỷ số cản kết cấu,  $\phi$  - tần số dao động của kết cấu.

Tham số khí động  $\rho$ ,  $\varepsilon$ ,  $\omega$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $C_L$ :

$\rho$  - mật độ không khí;

$\varepsilon$  - tỷ số cản khí động;

the chimney in the wind stream is described by the equation:

$$\ddot{x} + \alpha x^2 \dot{x} + \beta \dot{x} + kx - \frac{1}{2} C \sin(\omega t + \phi) = 0$$

The research question is to find the variation algorithm of the parameters versus wind velocity, so this equation will produce stability solution within a range of given wind velocity. Based on a known solution of the equation:

$$\ddot{x} - \frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma = 0$$

Using equivalency, correlation between the two equation parameters can be established. The following discussion is about how to control these parameters so the vibration of the circular section against the stream will be stable with a desirable wind speed. The findings can be applied in engineering design.

### 1. Phương trình xuất phát

Phương trình xuất phát có thể hình thành từ bài toán dao động cắt ngang dòng gió của hình trụ có một đầu cố định. Khi đó phương trình chuyển động của hình trụ cắt ngang dòng gió có dạng [1].

$$K = \frac{D\omega}{U}, \quad U - \text{vận tốc dòng gió};$$

$$\omega - \text{tần số lực kích động}, \quad \frac{D\omega}{U} = 2\pi S;$$

S - số Strouhal;

$Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $C_L$ ,  $\varepsilon$  là hàm của K, xác định qua số liệu quan trắc thực nghiệm.

Vế phải của (1) là lực khí động do xoáy xuất hiện ở mặt khuất gió đối diện với mặt đón gió với dòng gió có vận tốc U.

Chuyển vế phải của phương trình (1) sang vế trái và tính gộp các số hạng đồng dạng, thành lập

được phương trình.

$$\ddot{x} + \alpha x^2 \dot{x} + \beta \dot{x} + kx - \frac{1}{2} C \sin(\omega t + \phi) = 0 \quad (2)$$

với các hệ số cụ thể như sau:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2m} \rho \frac{U\varepsilon}{D} Y_1(K) \\ \beta &= 2\xi\varphi - \frac{1}{2m} \rho U D Y_1(K) \\ k &= \varphi^2 - \frac{1}{2m} \rho U^2 Y_2(K) \\ C &= \frac{1}{2m} \rho U^2 D C_L(K) \end{aligned} \quad (3)$$

Phương trình (2) gọi là phương trình xuất phát.

Bài toán thuận, biết tham số kết cấu và tham số khí động, tìm phản ứng động lực của vật thể hình trụ chuyển động cắt ngang dòng gió với vận tốc U, trong đó có việc tìm vận tốc tới hạn  $U^{cr}$ .

Có nhiều phương pháp tiếp cận để giải quyết bài toán thuận, đó là phương pháp của W.S. Rumman [2], phương pháp của B.J. Vickery và các cộng sự [3].

Bài toán nửa ngược hay bài toán tối ưu là biết một số tham số, tìm những tham số còn lại để dao động cắt ngang dòng gió của hình trụ là ổn định trong một khoảng biến thiên mong muốn của vận tốc dòng gió. Phương pháp tiếp cận để giải quyết

$$x = \frac{-9\sigma}{4v^2 C_1} e^{\frac{4v}{3}t} \left[ 1 + \cos\left(\sqrt{C_1} e^{-\frac{2v}{3}t} + \gamma_1\right) \right], \text{ với } C_1 > 0, \quad (7)$$

Nghiệm (7) có biên độ giảm theo thời gian với  $v < 0$  và tăng theo thời gian với  $v > 0$ .

Giả sử phương trình (4) được giải với điều kiện đầu.

$$x(t)|_{t=0} = x_0, \quad \dot{x}(t)|_{t=0} = \dot{x}_0$$

Từ (7) tính được các hằng số tích phân:

$$C_1 = \frac{-1}{v^2} \left( 4v^2 - 6v \frac{\dot{x}_0}{x_0} + \frac{9}{4} \frac{\dot{x}_0^2}{x_0^2} + \frac{9\sigma}{2x_0} \right) \quad (8)$$

$$C_1 > 0, \text{ khi } \frac{\sigma}{x_0} < 0, \quad \frac{3}{4} \left( \frac{\dot{x}_0}{x_0} - \sqrt{\frac{\sigma}{2x_0}} \right) < v < \frac{3}{4} \left( \frac{\dot{x}_0}{x_0} + \sqrt{\frac{\sigma}{2x_0}} \right) \quad (10)$$

Bao giờ cũng có thể chọn dấu của  $\sigma$  để thỏa mãn (10) với dịch chuyển ban đầu cho bất kỳ khác không.

Như vậy bằng các chọn dấu của  $\sigma$  sao cho  $\frac{\sigma}{x_0} < 0$ , thì phương trình (4) luôn luôn có nghiệm dạng (7)

bài toán nửa ngược được trình bày trong bài báo này.

## 2. Đề xuất và tìm nghiệm của phương trình tương đương

Phương trình tương đương đề xuất có dạng:

$$\ddot{x} - \frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma = 0, \quad (4)$$

v - vai trò như tỷ số cản;

$\sigma$  - vai trò như cường độ của lực tác dụng.

$$\text{Dùng phép biến đổi: } x = ze^{\frac{4v}{3}t}$$

Phép biến đổi này đưa phương trình (4) về phương trình:

$$z'' - \frac{z'^2}{z} - \frac{9\sigma}{4v^2} = 0, \quad (5)$$

trong đó:  $z' = \frac{dz}{d\tau}$ ,  $z'' = \frac{d^2z}{d\tau^2}$ ,  $\tau = e^{-\frac{2v}{3}t}$

Phương trình (5) có nghiệm:

$$z = -\frac{9\sigma}{4v^2 C_1} \left[ 1 + \cos\left(\sqrt{C_1} \tau + \gamma_1\right) \right], \text{ với } C_1 > 0 \quad (6)$$

trong đó:

$C_1, \gamma_1$  - hằng số tích phân.

Tương ứng với nghiệm (6), dựa vào phép biến đổi nói trên, suy ra phương trình (4) có nghiệm.

$$\gamma_1 = -\arccos\left(\frac{-4v^2 C_1 x_0}{9\sigma} - 1\right) - \sqrt{C_1} \quad (9)$$

Vì dấu của hằng số tích phân  $C_1$ , quyết định dạng nghiệm của phương trình (4) nên dựa vào (8) ta khảo sát dấu của  $C_1$ .

Xem  $C_1$  như tam thức bậc 2 của  $v$ , kết quả khảo sát dấu dẫn đến:

với vận tốc ban đầu cho bất kỳ, dịch chuyển ban đầu cho bất kỳ khác không.

**3. Áp dụng tiêu chuẩn tương đương cho phương trình (2) và (4)**

$$P = \alpha x^2 \dot{x} + \beta \dot{x} + kx - \frac{1}{2} C \sin(\omega t + \phi)$$

Ký hiệu:

$$Q = -\frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma$$

Tiêu chuẩn tương đương áp dụng cho phương trình (2) và phương trình (4) lấy ý tưởng từ các tiêu chuẩn tương đương đối ngẫu [4], [5] được diễn tả như sau:

$$S = \left\langle (Q - P)^2 + (P - \lambda Q)^2 \right\rangle_T \rightarrow \min_{\alpha, \beta, k, C, \lambda}, \quad (11)$$

trong đó toán tử:

$$\langle \cdot \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T (\cdot) dt, \quad T - \text{độ dài lấy trung bình} \quad (12)$$

Các tham số  $\alpha, \beta, k, C, \lambda$  được xác định từ điều kiện cực tiểu của đại lượng S.

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \alpha} &= \left\langle -(Q - P)x^2 \dot{x} + (P - \lambda Q)x^2 \dot{x} \right\rangle = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial \beta} &= \left\langle -(Q - P)\dot{x} + (P - \lambda Q)\dot{x} \right\rangle = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial k} &= \left\langle -(Q - P)x + (P - \lambda Q)x \right\rangle = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial C} &= \left\langle (Q - P)\sin(\omega t + \phi) - (P - \lambda Q)\sin(\omega t + \phi) \right\rangle = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial \lambda} &= \left\langle (P - \lambda Q)Q \right\rangle = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Thay biểu thức của P và Q vào (13) ta được hệ phương trình đại số để xác định các tham số  $\alpha, \beta, k, C, \lambda$ .

$$\begin{aligned} &\alpha \langle 2x^4 \dot{x}^2 \rangle + \beta \langle 2x^2 \dot{x}^2 \rangle + k \langle 2x^3 \dot{x} \rangle - C \langle \sin(\omega t + \phi)x^2 \dot{x} \rangle \\ &- \lambda \left\langle -x\dot{x}^3 + \frac{2v}{3}x^2 \dot{x}^2 - \frac{8v^2}{9}x^3 \dot{x} - \sigma x^2 \dot{x} \right\rangle = \left\langle -x\dot{x}^3 + \frac{2v}{3}x^2 \dot{x}^2 - \frac{8v^2}{9}x^3 \dot{x} - \sigma x^2 \dot{x} \right\rangle \\ &\alpha \langle 2x^2 \dot{x}^2 \rangle + \beta \langle 2\dot{x}^2 \rangle + k \langle 2x\dot{x} \rangle - C \langle \sin(\omega t + \phi)\dot{x} \rangle \\ &- \lambda \left\langle -\frac{\dot{x}^3}{x} + \frac{2v}{3}\dot{x}^2 - \frac{8v^2}{9}x\dot{x} - \sigma\dot{x} \right\rangle = \left\langle -\frac{\dot{x}^3}{x} + \frac{2v}{3}\dot{x}^2 - \frac{8v^2}{9}x\dot{x} - \sigma\dot{x} \right\rangle \\ &\alpha \langle 2x^3 \dot{x} \rangle + \beta \langle 2x\dot{x} \rangle + k \langle 2x^2 \rangle - C \langle \sin(\omega t + \phi)x \rangle \\ &- \lambda \left\langle -\dot{x}^2 + \frac{2v}{3}x\dot{x} - \frac{8v^2}{9}x^2 - \sigma x \right\rangle = \left\langle -\dot{x}^2 + \frac{2v}{3}x\dot{x} - \frac{8v^2}{9}x^2 - \sigma x \right\rangle \\ &- \alpha \langle 2x^2 \dot{x} \sin(\omega t + \phi) \rangle - \beta \langle 2\dot{x} \sin(\omega t + \phi) \rangle - k \langle 2x \sin(\omega t + \phi) \rangle + C \langle \sin^2(\omega t + \phi) \rangle \\ &- \lambda \left\langle -\frac{\dot{x}^2}{x} \sin(\omega t + \phi) + \frac{2v}{3}\dot{x} \sin(\omega t + \phi) - \frac{8v^2}{9}x \sin(\omega t + \phi) - \sigma \sin(\omega t + \phi) \right\rangle \\ &= - \left\langle -\frac{\dot{x}^2}{x} \sin(\omega t + \phi) + \frac{2v}{3}\dot{x} \sin(\omega t + \phi) - \frac{8v^2}{9}x \sin(\omega t + \phi) - \sigma \sin(\omega t + \phi) \right\rangle \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \alpha \left\langle x^2 \dot{x} \left( -\frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma \right) \right\rangle + \beta \left\langle \dot{x} \left( -\frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma \right) \right\rangle \\ & + k \left\langle x \left( -\frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma \right) \right\rangle - C \left\langle \frac{1}{2} \sin(\omega t + \phi) \left( -\frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma \right) \right\rangle \\ & - \lambda \left\langle \left( -\frac{\dot{x}^2}{x} + \frac{2v}{3} \dot{x} - \frac{8v^2}{9} x - \sigma \right)^2 \right\rangle = 0 \end{aligned}$$

Để giải hệ (14) trước hết cần tính tích phân số các toán tử trung bình với  $x$ ,  $\dot{x}$  lấy theo (7), sau đó giải hệ phương trình (14) xác định được  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $k$ ,  $C$ ,  $\lambda$  như hàm của  $v$ ,  $\sigma$ .

Khảo sát quy luật thay đổi của  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $k$ ,  $C$ ,  $\lambda$  theo hai tham số  $v, \sigma$  khó khăn hơn nhiều theo từng tham số độc lập. Vì vậy cần đưa phương trình (2) chứa hai tham số  $v, \sigma$  về phương trình chứa một tham số  $v$ .

Muốn vậy dùng phép biến đổi:  $x = \sigma y$  (15)

Phương trình (2) khi đó đưa về phương trình:

$$\ddot{y} - \frac{\dot{y}^2}{y} + \frac{2v}{3} \dot{y} - \frac{8v^2}{9} y - 1 = 0 \tag{16}$$

Dựa vào (6), phương trình (16) có nghiệm:

$$y = -\frac{9}{4v^2 C_1} e^{\frac{4v}{3}t} \left[ 1 + \cos \left( \sqrt{C_1} e^{-\frac{2v}{3}t} + \gamma_1 \right) \right], \text{ với } C_1 > 0, \tag{17}$$

trong đó:

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{1}{v^2} \left( 4v^2 - 6v \frac{\dot{y}_0}{y_0} + \frac{9}{4} \frac{\dot{y}_0^2}{y_0^2} + \frac{9}{2y_0} \right) \\ \gamma_1 &= -\arccos \left( -\frac{4v^2 C_1 y_0}{9} - 1 \right) \end{aligned} \tag{18}$$

Thay  $x$  tính theo (15) vào (14) ta được:

$$\begin{aligned} & \alpha \sigma^2 \langle 2y^4 \dot{y}^2 \rangle + \beta \langle 2y^2 \dot{y}^2 \rangle + k \langle 2y^3 \dot{y} \rangle - \frac{C}{\sigma} \langle \sin(\omega t + \phi) y^2 \dot{y} \rangle \\ & - \lambda \left\langle -y \dot{y}^3 + \frac{2v}{3} y^2 \dot{y}^2 - \frac{8v^2}{9} y^3 \dot{y} - y^2 \dot{y} \right\rangle = \left\langle -y \dot{y}^3 + \frac{2v}{3} y^2 \dot{y}^2 - \frac{8v^2}{9} y^3 \dot{y} - y^2 \dot{y} \right\rangle \\ & \alpha \sigma^2 \langle 2y^2 \dot{y}^2 \rangle + \beta \langle 2\dot{y}^2 \rangle + k \langle 2y \dot{y} \rangle - \frac{C}{\sigma} \langle \sin(\omega t + \phi) \dot{y} \rangle \\ & - \lambda \left\langle -\frac{\dot{y}^3}{y} + \frac{2v}{3} \dot{y}^2 - \frac{8v^2}{9} y \dot{y} - \dot{y} \right\rangle = \left\langle -\frac{\dot{y}^3}{y} + \frac{2v}{3} \dot{y}^2 - \frac{8v^2}{9} y \dot{y} - \dot{y} \right\rangle \\ & \alpha \sigma^2 \langle 2y^3 \dot{y}^2 \rangle + \beta \langle 2y \dot{y} \rangle + k \langle 2y^2 \rangle - \frac{C}{\sigma} \langle \sin(\omega t + \phi) y \rangle \\ & - \lambda \left\langle -\dot{y}^2 + \frac{2v}{3} y \dot{y} - \frac{8v^2}{9} y^2 - y \right\rangle = \left\langle -\dot{y}^2 + \frac{2v}{3} y \dot{y} - \frac{8v^2}{9} y^2 - y \right\rangle \\ & \alpha \sigma^2 \langle 2y^2 \dot{y} \sin(\omega t + \phi) \rangle + \beta \langle 2\dot{y} \sin(\omega t + \phi) \rangle + k \langle 2y \sin(\omega t + \phi) \rangle - \frac{C}{\sigma} \langle \sin(\omega t + \phi)^2 \rangle \\ & - \lambda \left\langle -\frac{\dot{y}^2}{y} \sin(\omega t + \phi) + \frac{2v}{3} \dot{y} \sin(\omega t + \phi) - \frac{8v^2}{9} y \sin(\omega t + \phi) - \sin(\omega t + \phi) \right\rangle = \\ & \left\langle -\frac{\dot{y}^2}{y} \sin(\omega t + \phi) + \frac{2v}{3} \dot{y} \sin(\omega t + \phi) - \frac{8v^2}{9} y \sin(\omega t + \phi) - \sin(\omega t + \phi) \right\rangle \end{aligned} \tag{19}$$

$$\alpha\sigma^2 \left\langle y^2 \dot{y} \left( -\frac{\dot{y}^2}{y} + \frac{2v}{3} \dot{y} - \frac{8v^2}{9} y - 1 \right) \right\rangle + \beta \left\langle \dot{y} \left( -\frac{\dot{y}^2}{y} + \frac{2v}{3} \dot{y} - \frac{8v^2}{9} y - 1 \right) \right\rangle +$$

$$k \left\langle y \left( -\frac{\dot{y}^2}{y} + \frac{2v}{3} \dot{y} - \frac{8v^2}{9} y - 1 \right) \right\rangle - \frac{C}{\sigma} \left\langle \frac{1}{2} \sin(\omega t + \phi) \left( -\frac{\dot{y}^2}{y} + \frac{2v}{3} \dot{y} - \frac{8v^2}{9} y - 1 \right) \right\rangle$$

$$- \lambda \left\langle \left( -\frac{\dot{y}^2}{y} + \frac{2v}{3} \dot{y} - \frac{8v^2}{9} y - 1 \right)^2 \right\rangle = 0$$

Giải hệ phương trình (19), xác định được  $\alpha_y, \beta_y, k_y, C_y, \lambda_y$  như hàm của  $v$ , trong đó:

$$\alpha_y = \alpha\sigma^2, \beta_y = \beta, k_y = k, C_y = \frac{C}{\sigma}, \lambda_y = \lambda \quad (20)$$

Từ (20) suy ra:

$$\alpha = \frac{\alpha_y}{\sigma^2}, \beta = \beta_y, k = k_y, C = \sigma C_y, \lambda = \lambda_y \quad (21)$$

Công thức (21) cho thấy các hệ số  $\beta, k, \lambda$  chỉ phụ thuộc vào  $v$ , các hệ số  $\alpha, C$  phụ thuộc vào  $v$  và phụ thuộc vào  $\sigma$  qua hệ số tỷ lệ. Như vậy việc khảo sát quy luật thay đổi của  $\alpha, \beta, k, C, \lambda$  vào  $v, \sigma$  đã thuận lợi hơn. Trước hết khảo sát quy luật thay đổi của  $\alpha_y, \beta_y, k_y, C_y, \lambda_y$  phụ thuộc vào  $v$ , sau đó qua hệ số tỷ lệ như công thức (21) để khảo sát quy luật thay đổi của  $\alpha, C$  vào  $v, \sigma$ .

#### 4. Xác định các hệ số và nghiệm tương ứng

##### 4.1 Xác định các hệ số

Để giải phương trình (19) đầu tiên tính tích phân số các toán tử trung bình với  $y, \dot{y}$  lấy theo (17) và với  $T=1, \omega=1, \phi=1.2$ , sau đó giải phương trình (19) xác định các hệ số phụ thuộc  $v$ .

Việc tính tích phân số và giải phương trình (19) có sự hỗ trợ của chương trình Mathematica 7.0.

**Bảng 1. Kết quả xác định hệ số phụ thuộc  $v$**

$v$	$\alpha_y$	$\beta_y$	$k_y$	$C_y$	$\lambda_y$
-0.17	-0.00119	0.022809	0.071098	0.069004	1
-0.1585	-0.00114	0.028233	0.073795	0.083205	1
-0.13	-0.001	0.039326	0.079469	0.11829	1
-0.11	-0.00089	0.045438	0.082648	0.141658	1
-0.09	-0.00078	0.050395	0.08521	0.162985	1
-0.07	-0.00066	0.054347	0.087192	0.181489	1
-0.05	-0.00053	0.05742	0.088627	0.196489	1
-0.03	-0.00041	0.059726	0.089539	0.207426	1
-0.01	-0.00028	0.061369	0.08995	0.213873	1
0.01	-0.00016	0.062452	0.089872	0.215547	1
0.03	-3.3E-05	0.063072	0.08931	0.212326	1
0.0354	4.56*10 <sup>-7</sup>	0.063174	0.089076	0.210618	1
0.05	8.85*10 <sup>-5</sup>	0.063333	0.088264	0.204252	1
0.07	0.000206	0.063338	0.086723	0.191543	1
0.09	0.000318	0.063198	0.084668	0.174592	1
0.11	0.000424	0.063028	0.082073	0.153972	1
0.13	0.000523	0.062956	0.078903	0.130426	1
0.15	0.000613	0.063126	0.075116	0.104862	1
0.17	0.000693	0.06371	0.070663	0.078341	1
0.19	0.000761	0.064927	0.065487	0.052057	1
0.21	0.000814	0.067083	0.059528	0.027326	1
0.23	0.000847	0.070658	0.05272	0.005551	1

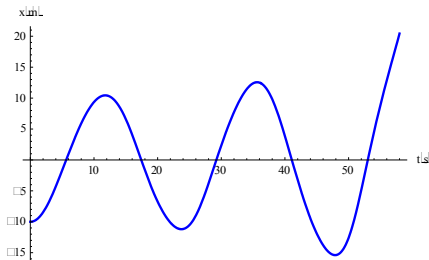
$\nu$	$\alpha_y$	$\beta_y$	$k_y$	$C_y$	$\lambda_y$
0.25	0.000853	0.076516	0.044994	-0.01179	1
0.27	0.000813	0.086497	0.036279	-0.02317	1
0.29	0.000678	0.105583	0.026505	-0.02706	1
0.31	0.000243	0.154303	0.015599	-0.02192	1
0.31474	$3.068 \cdot 10^{-6}$	0.179451	0.012840	-0.019208	1
0.34828	0.003521	-0.16446	-0.00868	0.01853	1

**4.2 Nghiệm tương ứng**

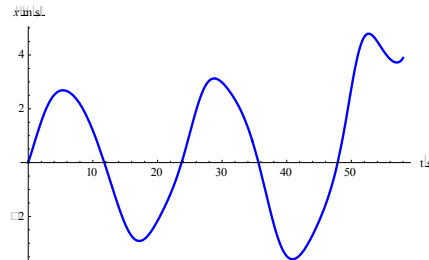
Có thể biểu diễn nghiệm tương ứng với các kết quả tính các bộ số liệt kê trong bảng 1, song đồ thị biểu diễn khá tương tự nhau, nên chỉ dẫn ra mười một trường hợp, ứng với  $\sigma=1$ .

- Trường hợp 1:  $\nu = -0.17$ ,

$\alpha = -0.00119$ ,  $\beta = 0.022809$ ,  $k=0.071098$ ,  $C = 0.069004$



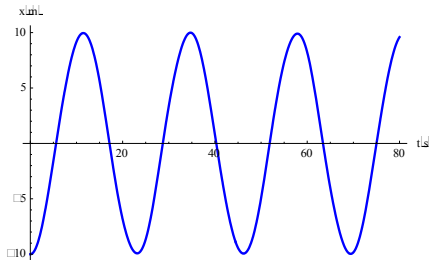
**Hình 1a.** Dịch chuyển  $x$  giải từ phương trình (2)



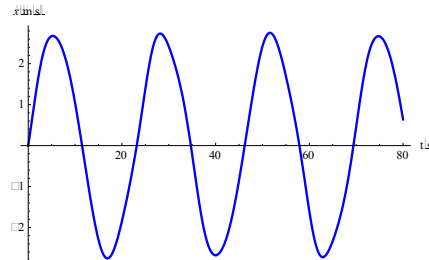
**Hình 1b.** Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 2:  $\nu = -0.1585$ ,

$\alpha = -0.00114$ ,  $\beta = 0.028233$ ,  $k=0.073795$ ,  $C = 0.083205$



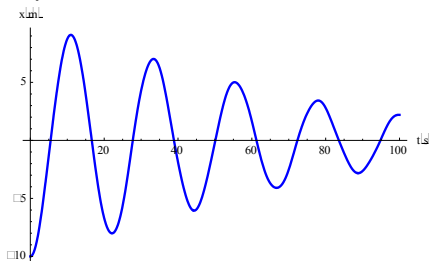
**Hình 2a.** Dịch chuyển  $x$  giải từ phương trình (2)



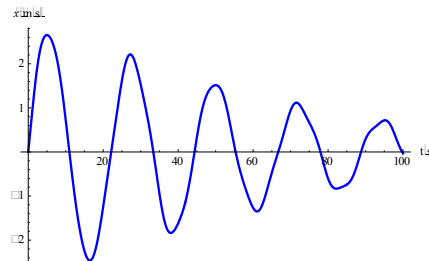
**Hình 2b.** Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 3:  $\nu = -0.13$

$\alpha = -0.001$ ,  $\beta = 0.039326$ ,  $k=0.079469$ ,  $C = 0.11829$



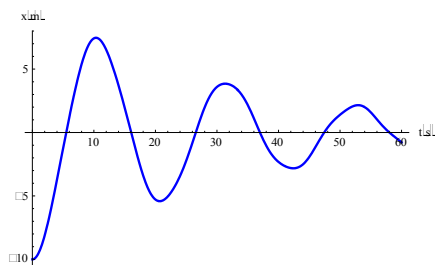
**Hình 3a.** Dịch chuyển  $x$  giải từ phương trình (2)



**Hình 3b.** Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 4:  $\nu = -0.01$

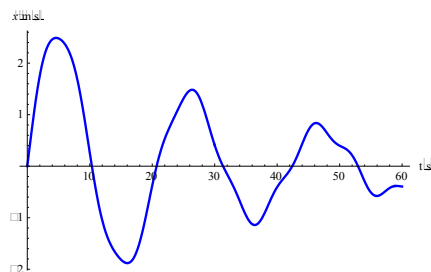
$\alpha = -0.00028$ ,  $\beta = 0.061369$ ,  $k=0.08995$ ,  $C = 0.213873$



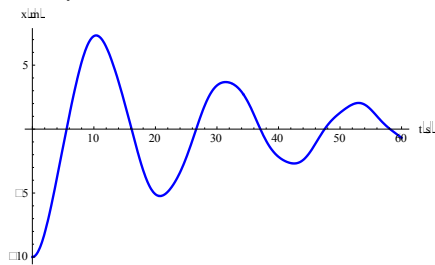
Hình 4a. Dịch chuyển x giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 5:  $\nu = 0.01$

$\alpha = -0.00016$ ,  $\beta = 0.062452$ ,  $k=0.089872$ ,  $C = 0.215547$



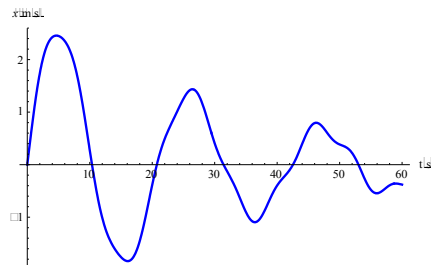
Hình 4b. Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)



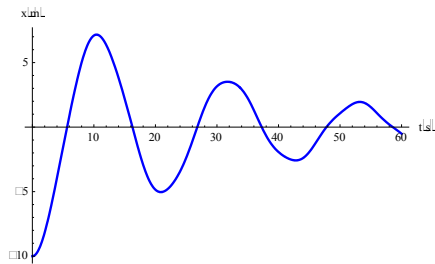
Hình 5a. Dịch chuyển x giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 6:  $\nu = 0.0354$

$\alpha = 4.56 \cdot 10^{-7}$ ,  $\beta = 0.063174$ ,  $k=0.089076$ ,  $C = 0.210618$



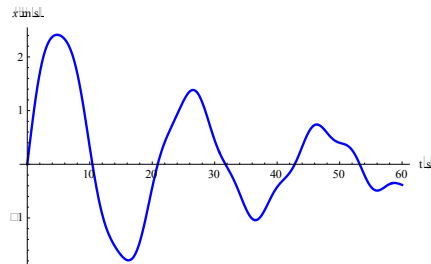
Hình 5b. Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)



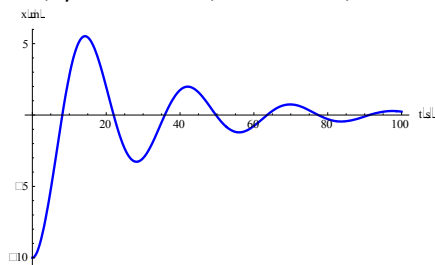
Hình 6a. Dịch chuyển x giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 7:  $\nu = 0.23$

$\alpha = 0.000847$ ,  $\beta = 0.070658$ ,  $k=0.05272$ ,  $C = 0.005551$



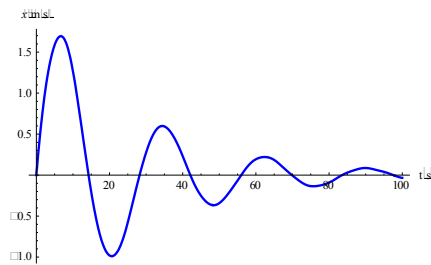
Hình 6b. Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)



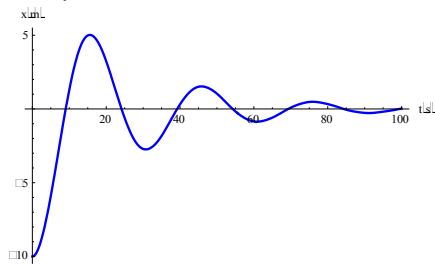
Hình 7a. Dịch chuyển x giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 8:  $\nu = 0.25$

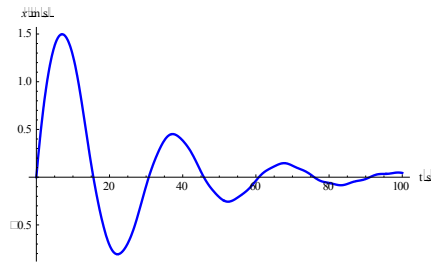
$\alpha = 0.000853$ ,  $\beta = 0.076516$ ,  $k=0.044994$ ,  $C = -0.01179$



Hình 7b. Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)



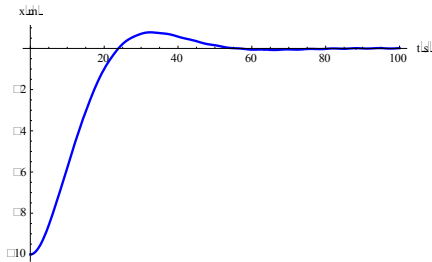
Hình 8a. Dịch chuyển x giải từ phương trình (2)



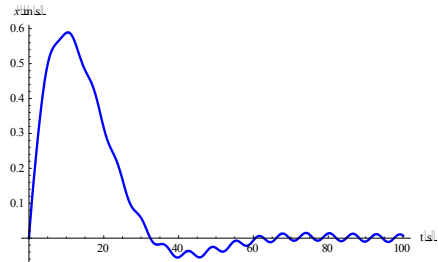
Hình 8b. Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 9:  $v = 0.31$

$\alpha = 0.000243, \beta = 0.154303, k = 0.015599, C = -0.02192$



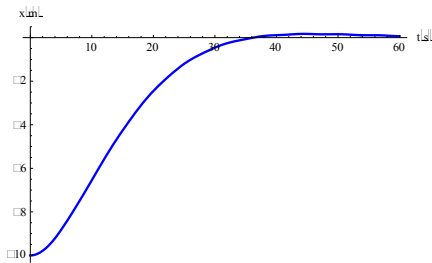
**Hình 9a.** Dịch chuyển  $x$  giải từ phương trình (2)



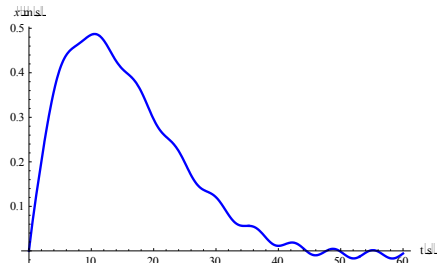
**Hình 9b.** Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 10:  $v = 0.31474$

$\alpha = 3.068 \cdot 10^{-6}, \beta = 0.179451, k = 0.012840, C = -0.019208$



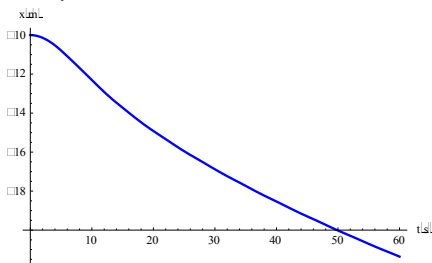
**Hình 10a.** Dịch chuyển  $x$  giải từ phương trình (2)



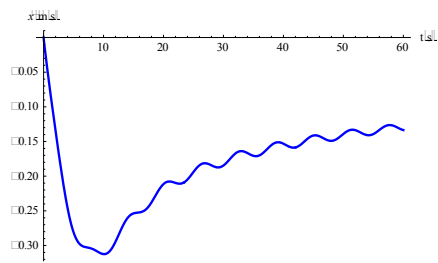
**Hình 10b.** Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)

- Trường hợp 11:  $v = 0.34828$

$\alpha = 0.003521, \beta = -0.16446, k = -0.00868, C = 0.01853$



**Hình 11a.** Dịch chuyển  $x$  giải từ phương trình (2)



**Hình 11b.** Vận tốc  $\dot{x}$  giải từ phương trình (2)

**4.3 Nhận xét**

**a. Trạng thái tới hạn**

- Trạng thái tới hạn thứ nhất  $v = -0.1585$ , ở trạng thái này phương trình (2) có nghiệm tuần hoàn (hình 2a, 2b).

với  $\alpha_1 = -0.00114, \beta_1 = 0.028233, k_1 = 0.073795, C_1 = 0.083205, \omega = 1, \phi = 1.2$  (22)

trong đó ở trạng thái giới hạn thứ nhất ký hiệu  $\alpha_y = \alpha_1, \beta_y = \beta_1, k_y = k_1, C_y = C_1$ .

Trạng thái tới hạn thứ hai  $v = 0.31474$ , ở trạng thái này phương trình (2) có nghiệm tắt dần dạng e-mũ (hình 10a, 10b).

với  $\alpha_2 = 3.06881 \cdot 10^{-6}, \beta_2 = 0.179451, k_2 = 0.012840, C_2 = -0.0192084, \omega = 1, \phi = 1.2$  (23)

trong đó ở trạng thái giới hạn thứ hai ký hiệu  $\alpha_y = \alpha_2, \beta_y = \beta_2, k_y = k_2, C_y = C_2$ .

**b. Miền ổn định nghiệm**

Trong miền  $-0.1585 \leq v \leq 0.31474$  (bảng 1), nghiệm giải trực tiếp từ phương trình (2) là nghiệm dao động tắt dần, nghiệm ổn định (hình 2a, 2b - 10a, 10b).

Ngoài miền ổn định, trường hợp  $v = -0.17$  và  $v = 0.34828$ , nghiệm không ổn định (hình 1a, 1b; 11a, 11b).



**5. Tối ưu tham số**

Phương trình (3) viết cho trường hợp tới hạn thứ nhất và thứ hai ta được.

Trường hợp tới hạn thứ nhất:

Trường hợp tới hạn thứ hai:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{1}{2m} \rho \frac{U_1^{cr} \varepsilon_1}{D} Y_{11} (K), & \alpha_2 &= \frac{1}{2m} \rho \frac{U_2^{cr} \varepsilon_2}{D} Y_{12} (K), \\
 \beta_1 &= 2\xi\varphi - \frac{1}{2m} \rho U_1^{cr} D Y_{11} (K), & \beta_2 &= 2\xi\varphi - \frac{1}{2m} \rho U_2^{cr} D Y_{12} (K), \\
 k_1 &= \varphi^2 - \frac{1}{2m} \rho U_1^{cr2} Y_{21} (K), & k_2 &= \varphi^2 - \frac{1}{2m} \rho U_2^{cr2} Y_{22} (K), \\
 C_1 &= \frac{1}{2m} \rho U_1^{cr2} D C_{L1} (K), & C_2 &= \frac{1}{2m} \rho U_2^{cr2} D C_{L2} (K),
 \end{aligned} \tag{24}$$

trong đó: tham số khí động có một chỉ số dưới thì chỉ số dưới chỉ trạng thái giới hạn, tham số khí động có hai chỉ số dưới thì chỉ số dưới thứ hai chỉ trạng thái giới hạn.

Hệ phương trình (24) gồm 8 phương trình, chứa 15 tham số. Vì vậy cần cho 7 tham số đầu vào, để tìm 8 tham số đầu ra còn lại.

Ví dụ về cách tối ưu tham số.

Đối tượng xem xét tối ưu là một ống khói hình trụ bằng bê tông cốt thép cao 193,6m.

Tham số đầu vào cho dựa theo [1].

$$\begin{aligned}
 C_{L1} &= 0.14 && \text{theo [1, p.350, p.403], } C_{L1} = 0.14 \\
 C_{L2} &= -0.143 && \text{theo [1, p.353], } C_{L2} = 0.143 \\
 Y_{21} &= 0 && \text{theo [1, p.208], } Y_{21} = 0 \\
 \varepsilon_2 &= -0.0043 && \text{theo [1, p.354], } \varepsilon_2 = -0.0043 \\
 \rho &= 1.25 \text{ kg/m}^3 && \text{theo [1, p.344], } \rho = 1.25 \text{ kg/m}^3 \\
 \frac{m}{D} &= 2372.912756 && \text{theo [1, p.346], } \frac{m}{D} = \frac{41000}{17.63} = 2325.58 \\
 \xi &= 0.02, && \text{theo [1, p.349], } \xi = 0.02
 \end{aligned} \tag{25}$$

Dựa vào (24), (25) tìm được:

$$\begin{aligned}
 U_1^{cr} &= \sqrt{\frac{-2C_1 m}{\rho C_{L1} D}}, \\
 U_2^{cr} &= \sqrt{\frac{-2C_2 m}{\rho C_{L2} D}}, \\
 \varphi &= \sqrt{k_1} \text{ suy ra từ điều kiện } Y_{21} = 0. \\
 D &= \sqrt{\frac{-\varepsilon_2 (2\xi\varphi - \beta_2)}{\alpha_2}}, \\
 Y_{22} &= \frac{2m}{\rho U_2^{cr2}} (\varphi^2 - k_2) \\
 Y_{11} &= \frac{-U_1^{cr} C_{L1}}{C_1} (2\xi\varphi - \beta_1) \\
 Y_{12} &= \frac{-U_2^{cr} C_{L2}}{C_2} (2\xi\varphi - \beta_2) \\
 \varepsilon_1 &= \frac{2m D \alpha_1}{\rho U_1^{cr} Y_{11}}
 \end{aligned} \tag{26}$$

Thay giá trị các tham số cho tại (22), (23) vào các công thức vừa thiết lập, trong đó có cả kết quả tính từ bước trước thay vào bước sau ta được:

$$\begin{aligned}
 U_1^{cr} &= 47.502 \text{ m/s} \\
 U_2^{cr} &= 22.5828 \text{ m/s} && \text{so với [1, p.353], } U_2^{cr} = 29.16 \text{ m/s} \\
 D &= 15.3694 \text{ m} && \text{so với [1, p.353], } D = 17.63 \\
 m &= 36470.4 \text{ kg/m} && \text{so với [1, p.353], } m = 41000 \text{ kg/m} \\
 \varphi &= 0.271652 \text{ rad/s} && \text{so với [1, p.353], } n = 0.364 \text{ Hz} \\
 Y_{22} &= 6.9889 \\
 Y_{11} &= -1.38807 && \text{so với [1, p.354], } Y_{11} = 0,51(z/193.6)^{1.67} \text{ m} \\
 Y_{12} &= -28.3201 \\
 \varepsilon_1 &= 15.506
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

Tính hợp lý của kết quả:

- Khối lượng quy đổi trên mét dài m, đường kính ống khói D, tỷ số cản khí động  $\varepsilon$  tìm được ở trên là phù hợp với nhiều kết cấu ống khói thực tế, phù hợp với số liệu về kết cấu ống khói trong tài liệu đã dẫn [1, p.353];
- Tần số dao động riêng  $\varphi$  tìm được trong ví dụ này có khác biệt nhất định với tần số dao động riêng của ống khói trong tài liệu [1, p.353], đó là tham số cần tối ưu trong bài toán này;
- Còn một khả năng tối ưu nữa là dùng tham số  $\sigma$  khi thấy kết quả đầu ra chưa hợp lý, trong bài báo này chưa dùng đến khả năng tối ưu của tham số  $\sigma$ , mọi biện luận đều làm với  $\sigma=1$ .

**6. Bài toán nửa ngược**

Bài toán nửa ngược hay bài toán tối ưu là bài toán cho một số tham số, tìm những tham số còn lại để dao động cắt ngang dòng gió của hình trụ là ổn định trong một khoảng biến thiên mong muốn của vận tốc dòng gió.

Có thể nêu một số bước trong việc lập và giải bài toán nửa ngược.

Bước 1: Đề xuất phương trình tương đương và tìm nghiệm đúng của phương trình tương đương, xem mục 2. Nếu phương trình xuất phát là phương trình phi tuyến, thì phương trình tương đương đề xuất cũng cần là phương trình phi tuyến.

Bước 2: Áp dụng tiêu chuẩn tương đương cho phương trình xuất phát và phương trình tương đương, thiết lập phương trình xác định hệ số của phương trình xuất phát (mục 3).

Bước 3: Xác định các hệ số và nghiệm tương ứng của phương trình xuất phát (mục 4).

Bước 4: Tối ưu tham số, cho một số tham số, xem (25), tìm những tham số còn lại, xem (26).

Cho tham số đầu vào phải phù hợp với kết cấu, phù hợp với số liệu quan trắc thực nghiệm, phù hợp với mục đích tối ưu. Tìm tham số đầu ra dựa vào phương trình (24) thiết lập trong các trường hợp tới hạn

**7. Kết luận**

- Đề xuất và tìm được nghiệm của phương trình tương đương phi tuyến;
- Đề xuất cách lập và giải bài toán nửa ngược;
- Kiến nghị quy trình tối ưu tham số để dao động của hình trụ cắt ngang dòng gió là ổn định trong một khoảng biến thiên mong muốn của vận tốc dòng gió;
- Tìm được miền ổn định của hình trụ dao động cắt ngang dòng gió, tìm được hai vận tốc tới hạn. Trong miền ổn định tìm được phản ứng động lực dưới dạng tường minh biểu diễn bằng đồ thị (hình 2b,2d - 10b,10d), ngoài miền ổn định tìm được phản ứng động lực dưới dạng tường minh biểu diễn bằng đồ thị (hình 1b,1d ; 11b,11d);
- Có cơ sở để kết luận: ống khói có các tham số kết cấu và tham số khí động như chỉ ra ở (25), (27), thì ống khói không mất ổn định khí động trong miền biến thiên  $22.5828 \text{ m/s} \leq U \leq 47.502 \text{ m/s}$ .

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

[1] Emil Simiu., Robert H.Scanlan. (1986). Wind effects on structures. *A Wiley - Interscience Publication, second edition.*

[2] W. S. Rumman, "Basic Structural Design of Concrete Chimneys" *J.Power Div., ASCE, 96 (June 1970), 309 - 318.*

[3] B. J. Vickery and R. I. Basu, "Across-Wind Vibrations of Structures of Circular Cross-Section, Part 1, Development of a Two-Dimensional Model for Two-Dimensional Conditions" *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 12 (1983), 49 – 73.*

[4] Anh N.D., Hieu N.N. and Linh N.N. (2012). A dual criterion of equivalent linearization method for nonlinear systems subjected to random excitation. *Acta Mechanica, 223(3), 645 - 654.*

[5] T. K.Caughey, "Equivalent linearization techniques", *Journal of the Acoustical Society of the America, 35 (1963), 1706 – 1711.*

**Ngày nhận bài: 22/8/2018.**

**Ngày nhận bài sửa lần cuối: 24/10/2018.**