

THIẾT KẾ CỘT TRÒN BẰNG CÁCH SỬ DỤNG BIỂU ĐỒ TƯƠNG TÁC

TS. PHẠM PHÚ TÌNH

Đại học Kiến trúc Hà Nội

Tóm tắt: Bài báo trình bày cách xây dựng họ biểu đồ tương tác nhằm trợ giúp việc thiết kế và kiểm tra cột tròn chịu nén lệch tâm, theo TCVN 5574:2012.

Từ khóa: Cột tròn, biểu đồ tương tác.

Abstract: This paper presents the algorithm to construct the strength interaction diagrams to provide aids in practical design of circular column under axial load and uniaxial bending, according to TCVN 5574:2012.

Keywords: Circular columns, Interaction diagram.

1 Giới thiệu

Các cấu kiện chịu nén có tiết diện tròn (gọi chung là cột tròn trong bài báo này) được sử dụng khá phổ biến trong các công trình bê tông cốt thép. Ngoài các ưu điểm như hình dạng kiến trúc, độ cứng, thuận lợi khi chế tạo, thì cột tròn với đai lò xo

còn có khả năng chịu lực tốt và có độ dẻo lớn hơn so với cột chữ nhật sử dụng cốt đai buộc.

Việc tính toán cột tròn chịu nén lệch tâm bằng cách giải trực tiếp các phương trình cân bằng là công việc dài dòng và rắc rối. Chính vì vậy, trong thiết kế thực hành, các phép đơn giản hóa hay các đồ thị trợ giúp thiết kế thường được sử dụng.

Một trong các phép đơn giản hóa được giới thiệu bởi Whitney, và được trình bày lại trong [1, 2]. Ý tưởng của phép đơn giản hóa này là chia cốt thép dọc bố trí theo đường tròn thành hai phần bằng nhau, một phần chịu kéo và một phần chịu nén, tương tự như trường hợp cột tiết diện vuông đặt thép đối xứng (trường hợp cốt thép đặt ở hai cạnh đối diện). Các công thức gần đúng xác định lực nén giới hạn của cột tròn chịu nén lệch tâm là:

Khi vùng kéo bị phá hoại trước (trường hợp nén lệch tâm lớn).

$$N_u = \varphi 0,85 D^2 f'_c \left\{ \left[\left(\frac{0,85e}{D} - 0,38 \right)^2 + \frac{\mu_t m D_s}{2,5 D} \right]^{1/2} - \left(\frac{0,85e}{D} - 0,38 \right) \right\} \quad (1)$$

Khi vùng nén bị phá hoại trước (trường hợp nén lệch tâm bé).

Xấp xỉ tiết diện tròn bằng tiết diện vuông, có cạnh bằng $0,8D$, được công thức (2).

$$N_u = \varphi \left[\frac{A_{st} f_y}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g f'_c}{\frac{9,6De}{(0,8D + 0,67D_s)} + 1,18} \right] \quad (2)$$

trong các công thức (1) và (2), N_u là lực nén giới hạn, φ là hệ số giảm cường độ, (lấy bằng 0,75 cho cột đai lò xo, 0,7 cho cột đai buộc), D là đường kính tiết diện, D_s là đường kính hình tròn đi qua trọng tâm cốt thép, f'_c là cường độ nén đặc trưng của bê tông (mẫu trụ), e là độ lệch tâm, tính từ lực dọc đến trọng tâm tiết diện, $\mu_t = A_{st}/A_g$, A_{st} là tổng diện tích

cốt thép, A_g là toàn bộ diện tích tiết diện, $m = f_y/0,85f'_c$, f_y là giới hạn chảy tiêu chuẩn của cốt thép.

Các tác giả trong [1,2] cũng đã lưu ý, các công thức của Whitney cho kết quả không chính xác khi sử dụng cốt thép có giới hạn chảy lớn hoặc khi hàm lượng cốt dọc lớn. Thực tế, các công thức này chỉ áp dụng được một cách hạn chế, và cho trường hợp cốt thép vùng nén đạt giới hạn chảy tại trạng thái giới hạn.

Cách đơn giản hóa được áp dụng rộng rãi nhất là sử dụng họ biểu đồ tương tác trợ giúp thiết kế. Các đồ thị lập sẵn thể hiện quan hệ tương tác giữa lực nén giới hạn N_u và mô men uốn giới hạn M_u của cột nói chung và cột tròn nói riêng đã được cho sẵn

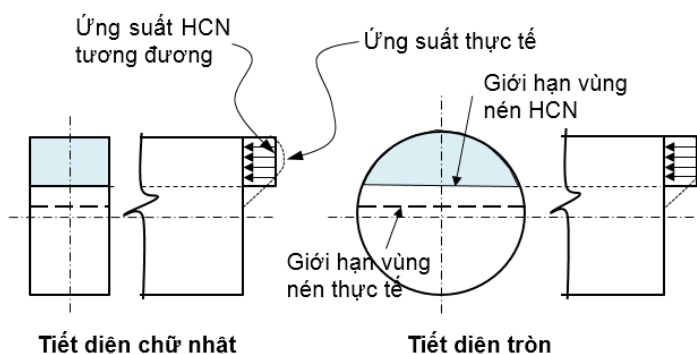
trong các sách giáo khoa [1,2,3], cũng như trong các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu bê tông cốt thép [4]. Mục 2 trong bài báo này trình bày cách lập họ biểu đồ tương tác cho tiết diện cột tròn, theo TCVN 5574:2012 [5]. Mục 3 trình bày một ví dụ tính toán để thẩm tra tính đúng đắn của biểu đồ.

2. Xây dựng biểu đồ tương tác cho cột tròn theo TCVN 5574:2012

2.1 Một số giả thiết

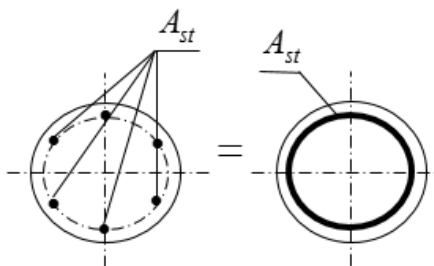
Để thành lập các phương trình cân bằng cho cột tròn, ngoài các giả thiết cơ bản của lý thuyết tính toán kết cấu bê tông theo cường độ nói chung, như các giả thiết: tiết diện phẳng của Bernoulli, không có sự trượt của cốt thép trong bê tông, bỏ qua ảnh hưởng của bê tông vùng kéo, còn cần các giả thiết sau:

Giả thiết quy đổi khối ứng suất trong bê tông vùng nén thành khối ứng suất hình chữ nhật trong các tiết diện chữ nhật vẫn áp dụng được cho tiết diện tròn, hình 1.



Hình 1. Khối ứng suất nén hình chữ nhật tương đương trong tiết diện

Khi trong tiết diện có từ sáu thanh cốt dọc trở lên, thì có thể coi gần đúng cốt dọc được bố trí liên tục, như một cái vòng kín tương đương, hình 2.



Hình 2. Giả thiết cốt thép phân bố liên tục trong tiết diện tròn

2.2 Biểu đồ tương tác cho cột tròn theo TCVN 5574:2012

Biểu đồ tương tác là đường cong chứa các cặp nội lực giới hạn N_u - M_u của một tiết diện cho trước, chịu nén dọc trục với độ lệch tâm từ không (nén đúng tâm) đến vô cùng (uốn thuần túy). Mỗi độ lệch tâm có một cặp nội lực giới hạn duy nhất. Lực dọc

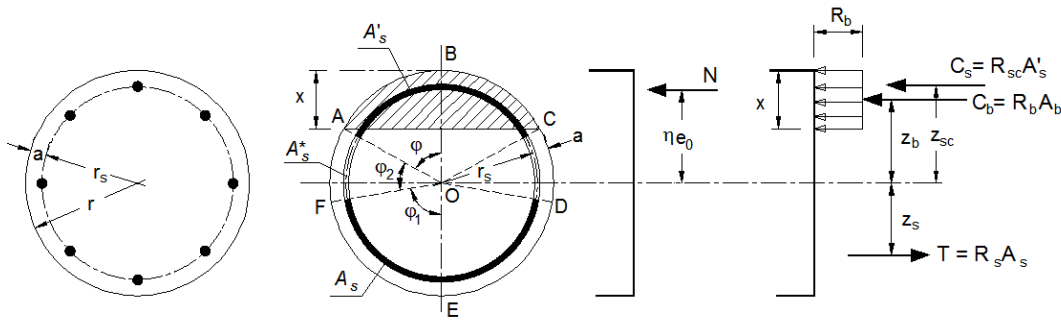
giới hạn N_u và mô men giới hạn M_u được xác định từ các phương trình cân bằng cơ bản.

Với hai giả thiết như đã trình bày trên đây, sơ đồ ứng suất và sơ đồ lực cho tiết diện tròn được thể hiện như hình 3. Cân bằng nội và ngoại lực lên phương trục cột, và cân bằng mô men với trọng tâm tiết diện, ta có hai phương trình cơ bản là:

$$N_u = R_b A_b + R_{sc} A'_s + R_s A_s^* - R_s A_s \tag{3}$$

$$M_u = N_u \eta e_0 = R_b A_b z_b + R_{sc} A'_s z_{sc} + R_s A_s z_s \tag{4}$$

trong đó, R_b là cường độ chịu nén tính toán của bê tông, R_s và R_{sc} lần lượt là cường độ tính toán khi kéo và khi nén của cốt thép, A_b là diện tích vùng bê tông chịu nén, A_s và A'_s lần lượt là diện tích của cốt thép vùng kéo và cốt thép vùng nén, $A_s^* = A_{st} - A_s - A'_s$, ηe_0 là độ lệch tâm của lực dọc, đã kể cả ảnh hưởng của uốn dọc, z_b , z_{sc} , z_s lần lượt là cánh tay đòn nội lực của hợp lực nén C trên A_b , hợp lực nén C_s trên A'_s , và hợp lực kéo T trên A_s đến trọng tâm O của tiết diện.



Hình 3. Sơ đồ ứng suất và sơ đồ lực cho tiết diện tròn chịu nén lệch tâm

Từ hình 3, diện tích bê tông vùng nén quy đổi A_b , diện tích cốt thép vùng nén A'_s , và diện tích cốt thép vùng kéo A_s là: $A_b = \frac{r^2}{2}(2\varphi - \sin 2\varphi)$; $A'_s = \frac{\varphi}{\pi} A_{st}$; $A_s = \frac{\varphi_1}{\pi} A_{st}$ với các góc φ , φ_1 tính bằng radian.

đặt $\frac{\varphi}{\pi} = \xi_{cir}$ và $\frac{\varphi_1}{\pi} = \varphi_s$ thì $A_b = A_g \left(\xi_{cir} - \frac{\sin(2\pi\xi_{cir})}{2\pi} \right)$; $A'_s = \xi_{cir} A_{st}$; $A_s = \varphi_s A_{st}$. Phương trình (3) và (4) được viết lại như sau:

$$N_u = R_b A_g \left(\xi_{cir} - \frac{\sin(2\pi\xi_{cir})}{2\pi} \right) + R_{sc} \xi_{cir} A_{st} + R_s (1 - \xi_{cir} - \varphi_s) A_{st} - R_s \varphi_s A_{st} \quad (5)$$

$$M_u = N_u \eta e_0 = R_b A_g \left(\xi_{cir} - \frac{\sin(2\pi\xi_{cir})}{2\pi} \right) z_b + R_{sc} \xi_{cir} A_{st} z_{sc} + R_s \varphi_s A_{st} z_s \quad (6)$$

Mục 6.2.2.12 trong TCVN 5574:2012 cho phép tính toán gần đúng phương trình (5) và (6) như sau:

$$N_u = \begin{cases} R_b A_g \xi_{cir} + R_{sc} A_{st} \xi_{cir} - \varphi_s R_s A_{st} & \text{khi } \xi_{cir} \leq 0,15 \quad (a) \\ R_b A_g \xi_{cir} + (R_{sc} + \omega_2 R_s) A_{st} \xi_{cir} - \omega_1 R_s A_{st} & \text{khi } \xi_{cir} > 0,15 \quad (b) \end{cases} \quad (7)$$

$$M_u = N_u \eta e_0 = \left(R_b A_g \frac{r}{2} + R_{sc} A_{st} r_s \right) \frac{\sin \pi \xi_{cir}}{\pi} + R_s A_{st} \varphi_s z_s \quad (8)$$

trong đó: r là bán kính tiết diện tròn, $r_s = r - a$, a là khoảng cách từ mép tiết diện đến trọng tâm cốt thép, ω_1 lấy bằng 1,0 với thép có thềm chảy, và bằng 1,1 với thép không có thềm chảy, và

$$\omega_2 = \omega_1 (1,5 + 6R_s 10^{-4}) \quad (9)$$

$$\varphi_s = \omega_1 - \omega_2 \xi_{cir} \quad (10)$$

$$z_s = (0,2 + 1,3\xi_{cir}) r_s = (0,2 + 1,3\xi_{cir})(r - a) \quad (11)$$

z_s tính theo (11) không được lớn hơn r_s .

Để xây dựng họ đồ thị không phụ thuộc vào kích thước tiết diện, chia 2 vế của phương trình (7) cho A_g , phương trình (8) cho $A_g r$, và để ý $A_{st} = \mu_t A_g$, ta có:

Khi $\xi_{cir} \leq 0,15$, thay $\xi_{cir} = 0,15$ vào (10) và (11) để tính φ_s và z_s , sau đó thay vào (7) và (8).

$$\frac{N_u}{A_g} = R_b \xi_{cir} + R_{sc} \mu_t \xi_{cir} - [1 - 0,15(1,5 + 6R_s \times 10^{-4})] R_s \mu_t \quad (12)$$

$$\frac{M_u}{A_g r} = \left(\frac{R_b}{2} + R_{sc} \mu_t \left(1 - \frac{a}{r} \right) \right) \frac{\sin \pi \xi_{cir}}{\pi} + R_s \mu_t [1 - 0,15(1,5 + 6R_s \times 10^{-4})] (0,395) \left(1 - \frac{a}{r} \right) \quad (13)$$

Khi $\xi_{cir} > 0,15$:

$$\frac{N_u}{A_g} = R_b \xi_{cir} + (R_{sc} + \omega_2 R_s) \mu_t \xi_{cir} - \omega_1 R_s \mu_t \quad (14)$$

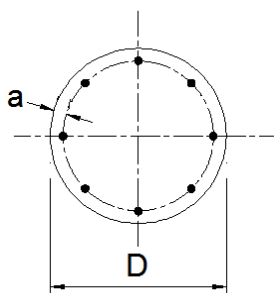
$$\frac{M_u}{A_g r} = \left(\frac{R_b}{2} + R_{sc} \mu_t \left(1 - \frac{a}{r} \right) \right) \frac{\sin \pi \xi_{cir}}{\pi} + R_s \mu_t \varphi_s (0,2 + 1,3 \xi_{cir}) \left(1 - \frac{a}{r} \right) \quad (15)$$

với φ_s và z_s được tính theo (10) và (11).

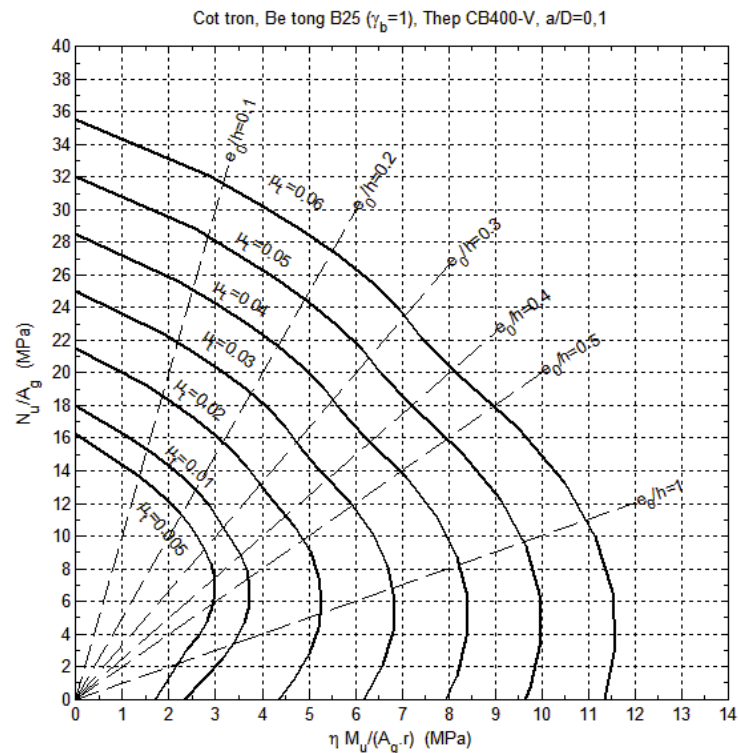
Cho ξ_{cir} biến thiên trong khoảng [0,1], với

$R_b, R_s, R_{sc}, \mu_t, \frac{a}{D}$ cho trước, sử dụng các phương trình (10) đến (15) ta sẽ vẽ được biểu đồ tương tác, trục đứng là N_u/A_g , trục ngang là $M_u/A_g r$. Các họ biểu đồ được xây dựng không phụ thuộc vào kích thước tiết diện, mà phụ thuộc vào cường độ tính toán của vật liệu, hàm lượng cốt thép dọc, cách bố

trí cốt thép, khoảng cách từ trọng tâm cốt thép đến mép tiết diện (tỉ số $\frac{a}{D}$). Các họ biểu đồ tương tác bao trùm các loại vật liệu: bê tông B15 đến B40, cốt thép CII, CIII, CIV, hàm lượng cốt thép dọc từ 0,5% đến 6%, tỉ số $\frac{a}{D}$ từ 0,05 đến 0,1 đã được cho trong [6], trong đó có các họ biểu đồ như hình 4.



Hình 4. Biểu đồ tương tác, tiết diện cột tròn, B25, CIII (hay CB400-V), $a/D = 0,1$



3 Ví dụ tính toán

Để kiểm tra sự đúng đắn của biểu đồ tương tác, phần này sẽ trình bày một ví dụ, tính toán cốt thép bằng cách giải các phương trình cân bằng và bằng cách sử dụng biểu đồ tương tác có sẵn. Kết quả tính thép sẽ được so sánh với nhau.

Làm lại thí dụ 2 trong [7], trang 130 và 131: Tính toán cốt dọc cho cột siêu tĩnh tiết diện tròn chịu nén lệch tâm. Biết đường kính tiết diện là $D = 400$ mm, chiều dài tính toán của cột $L_0 = 3$ m. Lực nén tính toán $N = 800$ kN, mômen uốn tính toán là $M = 176$ kNm. Bê tông B25 có $R_b = 14,5$ MPa, hệ số điều kiện làm việc của bê tông $\gamma_b = 1$, cốt thép CIII (tương ứng với CB400-V trong TCVN 1651:2008)

có $R_s = R_{sc} = 365$ MPa. Hệ số kể đến ảnh hưởng của uốn dọc $\eta = 1,08$. Giả thiết $a = 40$ mm.

Các lời giải:

(a) Chi tiết của việc tính thép bằng cách giải các phương trình cân bằng xem trong [7], diện tích cốt thép tính toán là $A_{st} = 3986$ mm²,

(b) Sử dụng biểu đồ tương tác.

$$\frac{a}{D} = \frac{40}{400} = 0,1, \text{ vậy sử dụng biểu đồ như hình 4.}$$

$$(B25, CIII, \frac{a}{D} = 0,1)$$

$$\frac{\eta M}{A_g r} = \frac{1,08 \times 176 \times 10^6}{\pi \times 200^2 \times 200} = 7,57$$

$$\frac{N}{A_g} = \frac{800 \times 10^3}{\pi \times 200^2} = 6,37$$

Từ biểu đồ hình 4, tra được $\mu_t \approx 0,033$,

$$\therefore A_{st} = \mu_t A_g = 0,033 \times 3,14 \times 200^2 = 4140 \text{ mm}^2$$

Hai cách tính cốt thép cho kết quả xấp xỉ nhau, như vậy biểu đồ tương tác được xây dựng đúng với các phương trình cân bằng theo TCVN 5574:2012.

4 Kết luận

Bài báo đã giới thiệu cách xây dựng họ biểu đồ tương tác cho tiết diện cột tròn chịu nén lệch tâm, theo TCVN 5574:2012 nhằm trợ giúp thiết kế. Diện tích cốt thép tính theo cách sử dụng biểu đồ tương tác xấp xỉ với diện tích cốt thép tính bằng cách giải phương trình cân bằng. Việc tính toán cốt thép bằng cách sử dụng biểu đồ có sẵn dễ và nhanh hơn rất nhiều so với cách giải phương trình cân bằng.

Lời cảm ơn: Bài báo này được hoàn thành nhờ quỹ hỗ trợ NCKH trường Đại học kiến trúc Hà Nội, theo hợp đồng số 1103/HĐ-ĐHKH-KH.QT.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Park, R. and Paulay, T. (1975). Reinforced Concrete Structures. A Wiley-Interscience Publication, Canada. 0471659177.

[2] Warner, R.F., Rangan, B.V., Hall, A.S., Faulkes, K.A. (1998) Concrete Structures, Longman Australia Pty Limited.

[3] Nilson, A. H., Darwin, D., Dolan, C. W. (2010). Design of Concrete Structures. 14th Ed. NY: McGraw-Hill Companies. 0073293490.

[4] ACI 340R-97. ACI Design Handbook, Design of Structural Reinforced Concrete Elements in Accordance with the Strength Design Method of ACI 318-95.

[5] TCVN 5574:2012 (2012). Tiêu chuẩn thiết kế kết cấu bê tông cốt thép. NXB Xây dựng, Hà Nội.

[6] P. P. Tình, L. T. T. Hà (2017) Thiết kế cấu kiện cơ bản bê tông cốt thép bằng đồ thị thị, theo TCVN 5574:2012. Báo cáo tổng kết kết quả đề tài nghiên cứu khoa học cấp trường, đại học Kiến trúc Hà Nội.

[7] N. Đ. Cống (2006). Tính toán tiết diện cột bê tông cốt thép. NXB Xây dựng, Hà Nội.

Ngày nhận bài: 27/7/2017.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 02/11/2017.