

PHÂN TÍCH HIỆU ỨNG NHÓM CỦA MÓNG CỌC CHỊU TẢI TRỌNG NGANG BẰNG LỜI GIẢI MINDLIN

ThS. NCS. **PHẠM TUẤN ANH**
Trường Đại học Công nghệ GTVT
PGS.TS. **NGUYỄN TƯƠNG LAI**
Học Viện kỹ thuật quân sự
TS. **TRỊNH VIỆT CƯỜNG**
Viện KHCN Xây dựng

Tóm tắt: Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu hiệu ứng tương tác các cọc trong nhóm cọc chịu tải trọng ngang. Trong phương pháp này, tương tác giữa các cọc trong nhóm được xác định thông qua ứng suất lan truyền trong đất truyền từ cọc này đến cọc kia theo lời giải Mindlin. Mô hình các cọc đơn sử dụng mô hình Winkler với lò xo tuyến tính. Nghiên cứu xét đến các dạng tương tác cọc – đất; cọc – đất – cọc và cọc - đài móng. Bài toán giải quyết 2 trường hợp là đầu cọc tự do và đầu cọc ngàm cứng vào đài. Kết quả của nghiên cứu cho phép dự đoán hệ số hiệu ứng nhóm và sức chịu tải của nhóm cọc chịu tải trọng ngang.

Từ khóa: Cọc chịu tải trọng ngang, hệ số nhóm, tương tác cọc – đất - cọc.

Abstract: This paper presents how to analysis group of pile under lateral load using Mindlin solution in linear behavior of soil. In this method, the interaction between the piles in the group is determined by stresses transfer through the soil from one pile to another. The model of pile use Winkler model with linear spring. The research take into soil-pile, pile-soil-pile and pile-ralf interaction. The results predict quite good the coefficient effect of pile groups and bearing capacity of pile groups under lateral load.

Keywords: pile under lateral load, coefficient groups effect, pile – soil – pile interaction.

1. Đặt vấn đề

Thông thường, các cọc thường làm việc theo nhóm. Sự làm việc của các cọc trong nhóm khác với khi làm việc như khi là cọc đơn. Kết quả nghiên cứu theo [1] đối với nhóm cọc chịu tải trọng đứng dự đoán sức kháng của nhóm cọc giảm đi đáng kể so với khi không xét hiệu ứng nhóm.

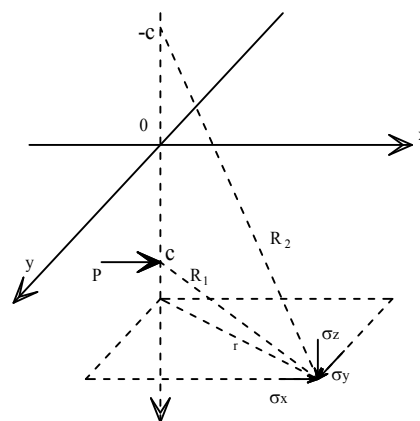
Khi xét trường hợp nhóm cọc chịu tải trọng ngang, tùy theo phương chiều tải trọng và vị trí cọc mà hiệu ứng nhóm sẽ ảnh hưởng không giống nhau đến các cọc.

Trong bài báo, tác giả sử dụng kết quả lời giải của Mindlin cho bài toán truyền ứng suất trong đất kết hợp với mô hình nền Winkler với hệ lò xo tuyến tính để xây dựng mô hình tương tác của nhóm cọc với hai trường hợp là đầu cọc tự do và đầu cọc ngàm cứng vào đài. Tương tác cọc – nền trong trường hợp này được giải bằng phương pháp PTHH.

Đài cọc được giả thiết là cứng tuyệt đối nhằm đơn giản hóa cho việc tính toán và cũng không mất tính tổng quát khi tính hiệu ứng nhóm.

2. Xây dựng mô hình tính

2.1 Bài toán truyền ứng suất của Mindlin



Hình 1. Mô hình bài toán của Mindlin

Giả sử có một lực tập trung P đặt trong đất tại điểm A, như hình 1, có tọa độ $(0,0,c)$ theo phương ngang ngang theo trục x, thì giá trị ứng suất, chuyển vị tại điểm B (x,y,z) đã được xác định theo lời giải

của Mindlin (1936)[4] dành cho bán không gian đàn hồi như sau: Chuyển vị ngang theo phương x:

$$u_x = \frac{P}{4\pi m(k+1)} \left[\frac{k}{R_1} + \frac{k}{R_2} + \frac{x^2}{R_1^3} + \frac{x^2+2cz}{R_2^3} - \frac{6cx^2z}{R_2^5} - \frac{(k-1)(z+c)}{R_2R_4} \left(1 - \frac{x^2}{R_2^2} - \frac{x^2}{R_2R_4} \right) + \frac{(k-1)^2}{2R_4} \left(1 - \frac{x^2}{R_2R_4} \right) \right] \quad (1)$$

Ứng suất pháp theo phương x:

$$\sigma_x = \frac{Px}{2\pi(k+1)} \left[\frac{(1-k)(z-c)}{2R_1^3} - \frac{3x^2(z-c)}{R_1^5} - \frac{(k+1)(z+c) - 2(kz+c)}{2R_2^3} - \frac{3[(kz+c)x^2 + 2cz(z+c)]}{R_2^5} + \frac{30cx^2z(z+c)}{R_2^7} \right] \quad (2)$$

trong đó:

$$m = \frac{E}{2(1-\nu)} \text{ là hằng số Lamé của đất;}$$

$$k = 3 - 4\nu;$$

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-c)^2}; \quad R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+c)^2};$$

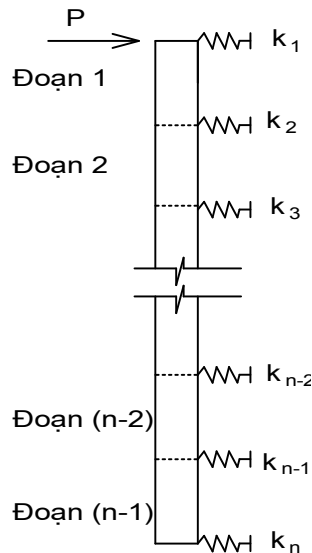
$$R_3 = R_1 - z + c; \quad R_4 = R_2 + z + c$$

Trong bài toán cọc chịu tải trọng ngang, ta chú ý quan tâm đến 2 thành phần là ứng suất và chuyển vị theo phương ngang, các thành phần khác

là nhỏ và giả thiết bỏ qua. Dưới tác dụng của tải trọng ngang, do đặc điểm nền đất chỉ chịu nén, nên chỉ có các điểm nằm ở hoành độ dương của gốc tọa độ ($x > 0$) mới xuất hiện các thành phần ứng suất và biến dạng.

2.2 Mô hình cọc làm việc đồng thời với nền

Xét một cọc nằm trong đất chịu tải trọng nằm ngang đặt ở đỉnh cọc. Cọc được chia làm n đoạn cọc, tương tác giữa các đoạn cọc và đất theo phương nằm ngang được thay thế bằng n lò xo kiểu Winkler như hình vẽ 2.



Hình 2. Mô hình tương tác cọc-nền

Tương tác này có thể là tuyến tính khi các độ cứng lò xo k là hằng số hoặc phi tuyến khi độ cứng lò xo k thay đổi theo trạng thái ứng suất biến dạng của đất.

Phương trình cân bằng tĩnh của bài toán hệ nhiều bậc tự do được viết như sau:

$$[K]\{U\} = \{P\} \quad (3)$$

trong đó:

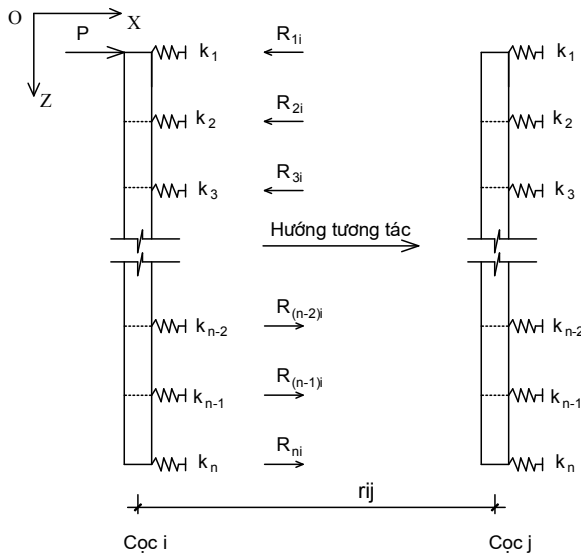
$[K]$ - ma trận độ cứng tổng thể của hệ, $\{P\}$ - véc tơ tải trọng ngoài, $\{U\}$ - véc tơ chuyển vị nút.

Ma trận độ cứng tổng thể $[K]$ của hệ xác định bằng biểu thức:

$$[K] = \sum_m [K]_m \quad (4)$$

trong đó: m - số phần tử trong hệ;

$[K]_m$ - ma trận độ cứng riêng của phần tử trong hệ tọa độ tổng thể. Dấu tổng thể hiện cách ghép nối ma trận của phương pháp PTHH.



Hình 3. Mô hình tương tác

Gọi phản lực ở gối thứ k của cọc i là R_{ki} . Lực R_{ki} này sẽ lan truyền trong đất và gây ra các ứng suất tác dụng lên cọc j. Vì đất nền không chịu kéo nên chỉ những lực R_{ki} mang dấu âm (gây nén nền đất giữa cọc i và j) mới ảnh hưởng đến cọc j.

Gọi σ_{jixk} là ứng suất pháp theo phương x tại vị trí gối lò xo thứ k của cọc j do phản lực R_{ki} gây ra như trên hình 4, σ_{jixk} hoàn toàn được xác định dựa vào lời giải Mindlin theo công thức (2).

Thực tế tính toán cho thấy, khi càng ra xa điểm đặt lực, các giá trị ứng suất trong đất do lực gây ra càng giảm dần. Trong bài toán thực hành, không nhất thiết phải xét ảnh hưởng phản lực lò xo R_{ki} trên cọc i đến toàn bộ các lò xo khác trên cọc j mà chỉ cần xác định ảnh hưởng tại các vị trí lân cận.

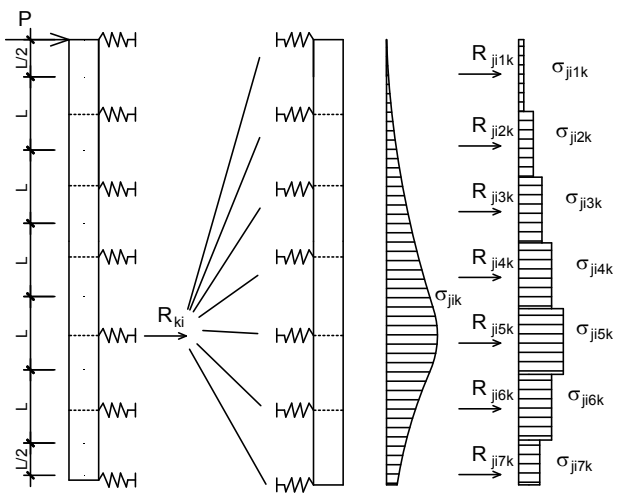
Để xem xét sự phân bố ứng suất pháp σ_{jixk} trong đất, ta xét ví dụ sau: tách một đoạn cọc

Véc tơ chuyển vị nút chỉ gồm 2 thành phần: chuyển vị ngang và chuyển vị xoay của nút.

Véc tơ tải trọng ngoài $\{P\}$ giả thiết luôn đặt tại nút.

2.3 Xây dựng bài toán tương tác hai cọc trong nhóm

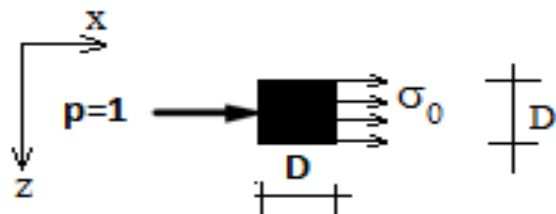
Xét 2 cọc i và j bất kỳ trong nhóm, khoảng cách 2 tim cọc là r_{ij} như trên hình 3. Giả thiết rằng lực ngang tác dụng lên đỉnh cọc i là P . Dưới tác dụng của tải trọng P, cọc i bị uốn và chuyển vị, tại các gối lò xo xuất hiện các thành phần phản lực.



Hình 4. Tương tác dọc thân cọc

cạnh D, tác dụng lên tâm của đoạn cọc tải trọng ngang đơn vị $P=1$ như hình 5. Khảo sát sự phân bố ứng suất pháp σ_x theo lời giải Mindlin theo công thức (2), tại các cao độ khác nhau như trên hình 6a và 6b.

Giả thiết khi $\sigma_x \leq 0,01 \cdot \sigma_0$ (với σ_0 là ứng suất ngay tại mặt đoạn cọc), ta có thể coi ứng suất pháp do P gây ra xấp xỉ bằng 0 và có thể bỏ qua.



Hình 5. Sơ đồ ví dụ

Ta nhận thấy tại các cao độ $z = \pm 2,5D$ so với tâm đoạn cọc đang xét, ứng suất pháp σ_x đạt giá trị rất nhỏ và vượt khỏi phạm vi cao độ

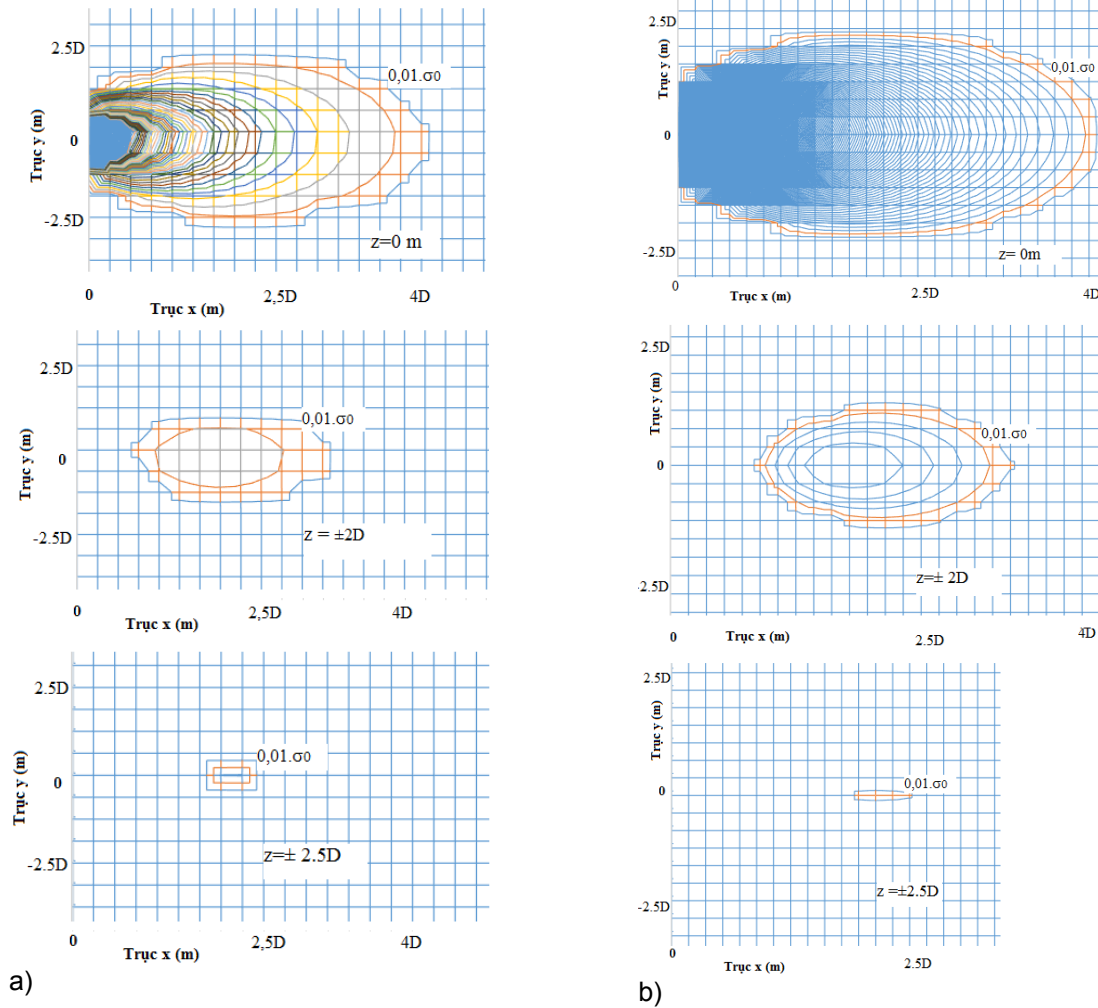
$z=\pm 2,5D$ thì ta có thể coi là ứng suất pháp đã triệt tiêu.

Theo phương của lực tác dụng, ảnh hưởng của ứng suất pháp lan truyền đến khoảng cách $4D$ và theo phương vuông góc với lực tác dụng, khoảng cách ảnh hưởng là $2,5D$.

Trong quá trình tính toán, ứng suất pháp σ_{jixk} có thể quy đổi thành lực tập trung R_{jixk} đặt tại gối x của cọc j như sau:

$$R_{jixk} = \sigma_{jixk} \cdot \frac{\pi \cdot D}{2} \cdot L_i \quad (5)$$

trong đó: D - đường kính cọc và L_i - chiều dài đoạn cọc.



Hình 6. Các đường đẳng ứng suất σ_x tại các độ sâu khác nhau

a) $D=0,2m$ b) $D=0,3m$

Với nhóm có N cọc, lực tập trung tại gối x của cọc j do N cọc gây ra được tính như sau:

$$R_{jx} = \sum_{i=1; i \neq j}^N \sum_{k=1}^n R_{jixk} \quad (6)$$

trong đó: R_{jixk} - lực tập trung tại gối x cọc j do phản lực tại gối k cọc i gây ra; N - số cọc trong nhóm; n - số lò xo dọc thân cọc.

3. Thí dụ số

Dựa trên các phân tích trên, tác giả đã lập chương trình tính StaticHPG bằng ngôn ngữ lập trình Matlab để phân tích nhóm cọc. Khảo sát các trường hợp móng có 4, 9 cọc. Giả thiết các cọc giống nhau và chỉ chịu tải trọng ngang. Phân tích hai trường hợp là đều cọc tự do và đều cọc ngàm cứng vào đài móng tuyệt đối cứng.

3.1 Số liệu đầu vào

Cọc BTCT $0,3 \times 0,3m$; dài $10m$. Bê tông cọc B20 có $E_b = 2,7 \cdot 10^7 (kPa)$.

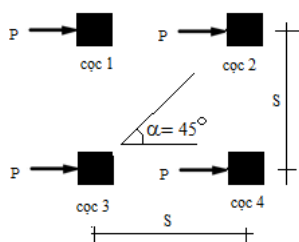
ĐỊA KỸ THUẬT – TRẮC ĐỊA

Nền đồng nhất có mô đun biến dạng $E = 12\text{Mpa}$; hệ số Poisson $\nu = 0,3$.

Cọc được chia làm các đoạn dài 1m.

Việc quy đổi giữa mô đun biến dạng E và độ cứng lò xo cọc k được lấy theo [2].

Lò xo đất được xem là đạt đến trạng thái chảy dẻo khi chuyển vị lò xo đạt giá trị $D/60$, theo Reese



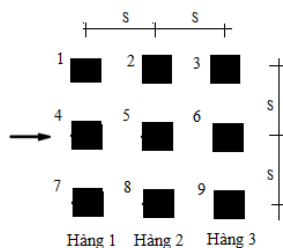
Hình 7. Sơ đồ bố trí nhóm 4 cọc

(1974)[3]. Khi đó ta dùng phân tích và coi đất xung quanh cọc đã chảy dẻo.

3.2 Kết quả tính toán

*Trường hợp 1: Đầu cọc tự do

Ta tiến hành khảo sát cọc đơn nằm trong nhóm 4 cọc (2×2) và nhóm 9 cọc (3×3) cọc, xem hình 7 và hình 8.



Hình 8. Sơ đồ bố trí nhóm 9 cọc

Tải trọng giới hạn các cọc trong nhóm 4 cọc và 9 cọc được trình bày ở bảng 1 và 2.

Bảng 1. Tải trọng giới hạn nhóm 4 cọc

| Khoảng cách tim cọc (S/D) | Tải trọng giới hạn P_{gh} (kN) | | | Hệ số suy giảm sức kháng | |
|---------------------------|----------------------------------|---------|---------|--------------------------|---------|
| | cọc đơn | cọc 1,3 | cọc 2,4 | cọc 1,3 | cọc 2,4 |
| 3 | 33.5 | 33.3 | 21.9 | 0.99 | 0.65 |
| 6 | 33.5 | 33.4 | 29.6 | 1.00 | 0.88 |
| 9 | 33.5 | 33.5 | 31.6 | 1.00 | 0.94 |

Bảng 2. Tải trọng giới hạn nhóm 9 cọc

| Khoảng cách tim cọc (S/D) | Tải trọng giới hạn (kN) | | | | | | |
|---------------------------|-------------------------|-------|---------|---------|-------|---------|-------|
| | cọc đơn | cọc 4 | cọc 1,7 | cọc 2,8 | cọc 5 | cọc 3,9 | Cọc 6 |
| 3 | 33.5 | 33.2 | 33.3 | 21.7 | 20.7 | 19.3 | 18.0 |
| 5 | 33.5 | 33.3 | 33.4 | 28.0 | 27.4 | 26.4 | 27.6 |
| 6 | 33.5 | 33.4 | 33.5 | 29.5 | 29.0 | 28.2 | 29.4 |
| 9 | 33.5 | 33.5 | 33.5 | 31.4 | 31.3 | 30.9 | 30.6 |

Bảng 3. Hệ số suy giảm sức kháng các hàng trong nhóm 9 cọc

| Khoảng cách tim cọc (S/D) | Hệ số suy giảm sức kháng (%) | | |
|---------------------------|------------------------------|--------|--------|
| | Hàng 1 | Hàng 2 | Hàng 3 |
| 3 | 0.99 | 0.64 | 0.56 |
| 5 | 1.00 | 0.83 | 0.80 |
| 6 | 1.00 | 0.88 | 0.85 |
| 9 | 1.00 | 0.94 | 0.92 |

Trong đó, hệ số suy giảm sức kháng được tính bằng tỷ số sức kháng cọc trong nhóm và sức kháng cọc đơn (không xét hiệu ứng nhóm).

* So sánh với các kết quả đã công bố:

Kết quả tính được so sánh với kết quả thí nghiệm của Brown (1988)[7], Mcvay (1995)[6] và Rollines (2003)[5] như trong bảng 4. Từ đó đưa ra các hệ số suy giảm sức kháng cho từng hàng cọc.

Bảng 4. So sánh với các kết quả nghiên cứu khác

| TT | Tác giả | Kiểu mô hình | Cọc | | Đầu cọc | Hệ số suy giảm sức kháng | | |
|----|--------------------------|-------------------|----------|-------------|---------|--------------------------|--------|--------|
| | | | Nhóm cọc | Khoảng cách | | Hàng 1 | Hàng 2 | Hàng 3 |
| 1 | Brown (1988) | Mô hình cọc thật | 3x3 | 3D | Tự do | 0.8 | 0.4 | 0.3 |
| 2 | Rollines(2003) | Mô hình cọc thật | 3x3 | 3D | Tự do | 0.82 | 0.61 | 0.45 |
| 3 | McVay(1995) | Máy ly tâm | 3x3 | 5D | Tự do | 1 | 0.85 | 0.7 |
| 4 | Mô hình tính của tác giả | Mô hình lý thuyết | 3x3 | 3D | Tự do | 0.99 | 0.64 | 0.56 |
| | | | 3x3 | 5D | Tự do | 1 | 0.83 | 0.8 |

Nhận xét: Với hàng cọc đầu tiên, do giả thiết tính toán là đất không chịu kéo do đó các hàng cọc khác ảnh hưởng tương đối ít đến hàng cọc đầu. Ngoài ra, do không xét đến biến dạng dẻo trong đất, do đó không xét được ảnh hưởng của vùng chấp ứng suất giữa các hàng cọc đến P_{gh} . Các hàng cọc khác cho kết quả khá tương thích với kết quả thí nghiệm.

***Trường hợp 2:** Nhóm cọc ngàm cứng vào đài cứng tuyệt đối

Bài toán móng cọc đài cứng chịu tải trọng ngang được tính toán như sau:

- Bước 1: Giải bài toán 1 - cọc trong nhóm cọc chịu tải trọng ngang liên kết cứng ở đỉnh cọc như hình 9, xác định độ cứng chống chuyển vị ngang của đỉnh cọc.

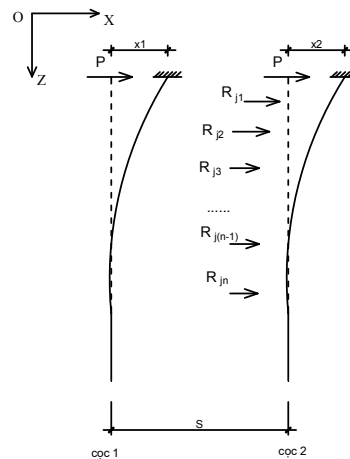
Sau khi giải bài toán 1, giả thiết chuyển vị đỉnh x_i của cọc thứ i trong nhóm thì độ cứng ngang của cọc tương ứng K_{xi} tính như sau:

$$K_{xi} = \frac{P}{x_i} \quad (7)$$

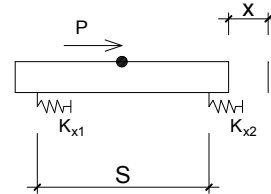
Nếu không xét đến hiệu ứng nhóm thì các cọc đều coi là cọc đơn giống nhau và $K_{x2} = K_{x1} = \dots = K_{xN}$ với N là số cọc trong móng.

Với bài toán lò xo phi tuyến thì K_{xi} được biểu diễn bằng một hàm số của x_i .

$$K_{xi} = f(x_i) \quad (8)$$



Hình 9. Sơ đồ tính cọc bước 1



Hình 10. Sơ đồ tính đài móng bước 2

- Bước 2: Thay thế cọc bằng một lò xo nằm ngang, có độ cứng bằng với độ cứng chống chuyển vị ngang đỉnh cọc trong bước 1. Sơ đồ tính như trên hình 10.

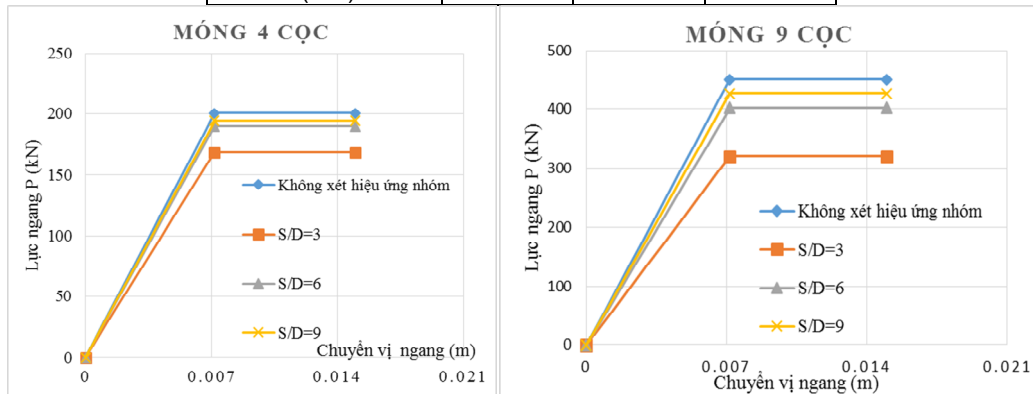
Dưới tải trọng ngang P đặt tại đỉnh móng, móng chuyển vị ngang một đoạn x . Do đài móng cứng tuyệt đối nên tất cả các đỉnh cọc trong móng đều có cùng chuyển vị ngang x , tuy nhiên do độ cứng lò xo các cọc trong móng là khác nhau nên phản lực lò xo không giống nhau. Ta có mối liên hệ giữa P và x như sau:

$$P = \sum_{i=1}^N K_{xi} \cdot x \quad (9)$$

Từ đó ta vẽ được biểu đồ quan hệ giữa P và x như trên hình 11 với hệ số hiệu ứng nhóm như bảng 5.

Bảng 5. Hệ số hiệu ứng nhóm cọc chịu tải trọng ngang

| Móng cọc | Khoảng cách tim cọc S/D | | |
|----------|-------------------------|------|------|
| | 3 | 6 | 9 |
| (2x2) | 0.84 | 0.94 | 0.97 |
| (3x3) | 0.71 | 0.89 | 0.94 |



Hình 11. Quan hệ tải trọng – chuyển vị ngang đỉnh móng

4. Kết luận

- Ảnh hưởng của nhóm cọc chịu tải trọng ngang có thể bỏ qua khi khoảng cách tim cọc $\geq 4D$ theo phương lực tác dụng và $\geq 2,5D$ theo phương vuông góc với lực tác dụng;

- Với nền nhiều lớp, ta có thể chia đất và cọc thành các lớp có chiều dày $\leq 5D$ và có thể giả thiết tương tác giữa các cọc chỉ xảy ra trong phạm vi các lớp chia ra này;

- Hiệu ứng nhóm cọc giảm rất nhanh khi khoảng cách cọc tăng lên, hiệu ứng này thể hiện rõ rệt ở khoảng cách cọc $3D$ và giảm nhanh ở khoảng cách $6D$ và $9D$;

- Kết quả bài báo cho phép dự đoán trên lý thuyết hệ số hiệu ứng nhóm khi thiết kế nhóm cọc chịu tải trọng ngang trong cả trường hợp đầu cọc tự do và ngàm cứng vào đài. Tuy nhiên, kết quả tính chỉ dự báo được khi nền đất giữa các cọc làm việc trong giai đoạn đàn hồi tuyến tính, cần có thêm những khảo sát khi nền chuyển sang giai đoạn chảy dẻo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Phạm Tuấn Anh (2016), “Nghiên cứu sự làm việc của cọc đơn thông qua hiệu chỉnh đường cong t-z ứng với số liệu nén tĩnh cọc”, Tạp chí KHCN Xây dựng (số 4).

[2]. Viện KHCN GTVT (2006), “Phân tích và lựa chọn các phương pháp tính hệ số nền”, *Tạp chí Cầu đường Việt Nam* (số 11).

[3]. Cox, William R., Lymon C. Reese, and Berry R. Grubbs (1974). “Field Testing of Laterally Loaded Piles in Sand”, *Proceedings of Offshore Technology Conference, 6200 North Central Expressway Dallas, Texas, paper number OTC 2079*.

[4]. Mindlin, R. D. (1936), "Force at a Point in the Interior of a Semi-Infinite Solid" *Physics, Vol. 7*.

[5]. Rollins, K., Olsen, R., Egbert, J., Olsen, K., Jensen, D., and Garrett, B. (2003), “Response, analysis and design of pile groups subjected to static and dynamic lateral loads”, *Utah Department of Transportation Research and Development Division*.

[6]. McVay, C. M., Shang, I. Te, and Casper, Robert (1996), “Centrifuge Testing of Fixed-Head Laterally Loaded Battered and Plumb Pile”, *ASTM geotechnical testing journal, Vol 19, pp. 41-50*.

[7]. Brown, D.A., Morrison, C., and Reese L.c (1998). “Lateral load behavior of pile group in sand”, *Journal of Geotechnical Engineering. Vol 114, No 11, pp: 1261-1276*.

Ngày nhận bài: 02/3/2017.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 21/3/2017.

