

THAM SỐ TỐI ƯU CỦA BỘ HẤP THỤ DAO ĐỘNG TMD-D CHO CON LẮC NGƯỢC THEO PHƯƠNG PHÁP CỰC TIỂU HÓA NĂNG LƯỢNG

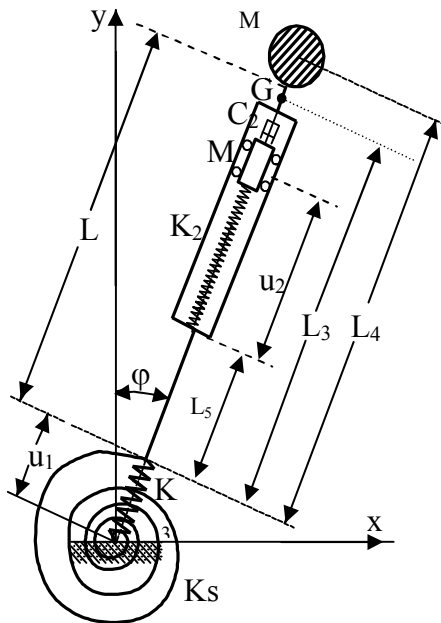
TS. NGUYỄN DUY CHINH

Trường đại học sư phạm kỹ thuật Hưng Yên

Tóm tắt: Nghiên cứu giảm dao động cho công trình bằng bộ hấp thụ dao động thụ động TMD là lĩnh vực được rất nhiều các nhà khoa học trong nước và trên thế giới nghiên cứu. Trong bài báo này tác giả nghiên cứu tìm nghiệm giải tích tham số tối ưu của bộ hấp thụ dao động TMD-D cho hệ con lắc ngược. Sau đó tác giả áp dụng các kết quả tìm được để giảm dao động cho một nhịp cầu giao thông và mô phỏng dao động bằng phần mềm Maple 18, đây là phần mềm được các nhà khoa học trên thế giới chuyên dùng và cho kết quả tin cậy.

1. Phương trình vi phân chuyển động của hệ khi lắp đặt bộ hấp thụ dao động TMD-D

Hình 1 biểu diễn sơ đồ của con lắc ngược có khối lượng M, cách nền ngang một khoảng L₄, thanh đỡ con lắc ngược có khối lượng m trọng tâm đặt tại G cách nền ngang một khoảng L₃, liên kết giữa nền ngang và con lắc ngược được thay bằng hai lò xo - lò xo xoắn có độ cứng K_S, và lò xo có độ cứng K₃.



Hình 1. Sơ đồ tính toán bộ hấp thụ dao động TMD-D của cơ cấu con lắc ngược

Để giảm dao động cho cơ cấu ta có lắp vào hệ bộ hấp thụ dao động TMD-D [TMD - Tuned mass damper]. Bộ hấp thụ dao động TMD-D được lắp tại vị trí cách nền ngang một khoảng L₅ gồm một vật có khối lượng M₂, liên kết với con lắc ngược bởi một lò xo có độ cứng K₂ và một bộ cản nhớt tuyến tính có hệ số cản c₂. Trường hợp chỉ có bộ hấp thụ dao động TMD-D khi đó cơ hệ có ba bậc tự do - φ₁: Là góc quay của con lắc ngược, U₁ dịch chuyển của con lắc ngược theo phương thẳng đứng, U₂ dịch chuyển của bộ TMD-D.

Theo [7] ta có phương trình vi phân chuyển động của cơ hệ như sau:

$$M_p \ddot{X} + C_p \dot{X} + K_p X = F_p(t) \tag{1}$$

trong đó:

$$M_p = \begin{bmatrix} \left(ML_4^2 + M_2 L_5^2 + \frac{mL_3^2}{3} \right) & 0 & 0 \\ 0 & (M + M_2 + m) & M_2 \\ 0 & M_2 & M_2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$K_p = \begin{bmatrix} \left(K_S - MgL_4 - \frac{mgL_3}{2} - M_2gL_5 \right) & 0 & 0 \\ 0 & K_3 & 0 \\ 0 & 0 & K_2 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}; \quad \ddot{X} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{U}_1 \\ \ddot{U}_2 \end{bmatrix}; \quad \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad F_p = \begin{bmatrix} L_4 Q(t) \\ P(t) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$u = L_4\varphi_1, \mu_{\varphi D} = \frac{M_2}{M+m/3}, \mu_{uD} = \frac{M_2}{M+m}, \gamma_D = \frac{L_5}{L_4}, \omega_{uD} = \sqrt{\frac{K_3}{M+m}}, L_3 = L_4$$

$$\omega_{\varphi D} = \sqrt{\frac{K_s}{ML_3^2 + mL_4^2/3} - \frac{(6M+3m)g}{6ML_4 + 2mL_4}} = \sqrt{\frac{6K_s - gL_4(6M+3m)}{2L_4^2(3M+m)}} \quad (5)$$

$$\omega_{dD} = \sqrt{\frac{k_2}{M_2}}, \xi_{dD} = \frac{c_2}{2M_2\omega_{dD}}, \alpha_{dD} = \frac{\omega_{dD}}{\omega_{\varphi D}}, \alpha_{uD} = \frac{\omega_{uD}}{\omega_{\varphi D}}, \eta_D = \frac{g}{\omega_{\varphi D}^2 L_4}$$

Trong biểu thức (5):

μ_{uD} - Tỉ số khối lượng của bộ hấp thụ dao động TMD-D và con lắc ngược đặc trưng cho chuyển động thẳng;

$\mu_{\varphi D}$ - Tỉ số khối lượng của bộ hấp thụ dao động TMD-D và con lắc ngược đặc trưng cho chuyển động quay;

γ_D - Hệ số biểu thị vị trí lắp đặt bộ hấp thụ dao động TMD-D;

ω_{dD} - Tần số dao động riêng của bộ hấp thụ dao động TMD-D;

$\omega_{\varphi D}$ - Tần số dao động riêng của con lắc ngược theo phương lắc ngang;

ω_{uD} - Tần số dao động riêng của con lắc ngược theo phương thẳng đứng;

ξ_{dD} - Tỉ số cản nhớt của bộ hấp thụ dao động TMD-D

Thay các tham số từ (5) vào phương trình (2 - 4) ta có:

$$M_{P*} = \begin{bmatrix} 1 + \mu_{\varphi D}\gamma_D^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \mu_{uD} & \mu_{uD} \\ 0 & \mu_{uD} & \mu_{uD} \end{bmatrix}; \quad C_{P*} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_{dD}\alpha_{dD}\mu_{uD}\omega_{\varphi D} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$K_{P*} = \begin{bmatrix} (1 - \mu_{\varphi D}\gamma_D\eta_D)\omega_{\varphi D}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{uD}^2\omega_{\varphi D}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{uD}\alpha_{dD}^2\omega_{\varphi D}^2 \end{bmatrix}; \quad F_{P*} = \begin{bmatrix} \frac{3Q(t)}{3M+m} \\ \frac{P(t)}{M+m} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Ta dùng phép đổi biến số:

$$x_1 = \varphi_1, \quad x_2 = u_1, \quad x_3 = u_2, \quad x_4 = \dot{x}_1 = \dot{\varphi}_1, \quad x_5 = \dot{x}_1 = \dot{u}_1, \quad x_6 = \dot{x}_2 = \dot{u}_2 \quad (8)$$

Từ phương trình (1, 6, 7, 9) đưa về phương trình: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{V}\mathbf{x} + \mathbf{F}$ (9)

\mathbf{V} là ma trận sau:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{(1 - \eta_D\gamma_D\mu_{\varphi D})\omega_{\varphi D}^2}{1 + \mu_{\varphi D}\gamma_D^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_{uD}^2\omega_{\varphi D}^2 & \mu_{uD}\alpha_{dD}^2\omega_{\varphi D}^2 & 0 & 0 & 2\mu_{uD}\alpha_{dD}\omega_{\varphi D}\xi_{dD} \\ 0 & \alpha_{uD}^2\omega_{\varphi D}^2 & -(1 + \mu_{uD})\alpha_{dD}^2\omega_{\varphi D}^2 & 0 & 0 & -2(1 + \mu_{uD})\alpha_{dD}\omega_{\varphi D}\xi_{dD} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Hệ dao động được thì phải có năng lượng, năng lượng càng lớn thì dao động càng mạnh, năng lượng bằng không thì hệ sẽ đứng yên. Năng lượng của hệ bất kỳ bao giờ cũng bằng tổng động năng và thế năng của hệ. Khi hệ dao động năng lượng này sẽ chuyển hóa qua lại giữa động năng và thế năng. Vì vậy khi xác định các tham số tối ưu của bộ TMD-D, tác giả xác định để năng lượng của cơ hệ đạt cực tiểu khi đó hệ sẽ dao động nhỏ nhất và tắt nhanh nhất. Vì phương pháp cực tiểu hóa năng lượng để giảm dao động tần số riêng của kết cấu nên ta xét phương trình vi phân dao động tự do ứng với (9) như sau:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{V}\mathbf{x} \tag{11}$$

Nghiệm của (11) có dạng $\mathbf{x} = e^{\mathbf{V}t}\mathbf{x}_0$

Trong tài liệu tham khảo [2,3,6] của bài báo đã đưa ra tiêu chuẩn tối ưu với mục tiêu tối thiểu hóa năng lượng toàn phần của hệ. Năng lượng toàn phần của hệ là tổng động năng và thế năng được tính bởi công thức.

$$\int_0^{\infty} E(t, \mathbf{x}_0) dt \tag{12}$$

Như vậy tiêu chuẩn thiết kế tối ưu được đặt ra là cực tiểu tích phân năng lượng (12). Để có được kết quả rõ ràng hơn ta thực hiện các phép biến đổi như sau:

$$\int_0^{\infty} E(t, \mathbf{x}_0) dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)^T \mathbf{Q}_0 \mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0) dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}_0^T e^{\mathbf{V}^T t} \mathbf{Q}_0 e^{\mathbf{V}t} \mathbf{x}_0 dt = \frac{1}{2} \mathbf{x}_0^T \mathbf{P} \mathbf{x}_0 \tag{13}$$

trong đó:
$$\mathbf{P} = \int_0^{\infty} e^{\mathbf{V}^T t} \mathbf{Q}_0 e^{\mathbf{V}t} dt \tag{14}$$

trong đó: \mathbf{Q} được hiểu là hàm trọng số, \mathbf{Q} đối xứng (thường là bán xác định dương). Tùy thuộc vào thành phần năng lượng cần tính mà \mathbf{Q} được chọn sao cho phù hợp. Với mục tiêu là cực tiểu thế năng của hệ chính là dao động thẳng đứng nên ma trận trọng số \mathbf{Q} sẽ được chọn như sau:

Ma trận \mathbf{P} là xác định dương. Theo tài liệu [4] \mathbf{P} là nghiệm của phương trình Lyapunov sau:

$$\mathbf{V}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{V} = -\mathbf{Q}_0 \tag{15}$$

Trong nhiều trường hợp, ta không cần phải cực tiểu hóa toàn bộ năng lượng của hệ mà chỉ cần giảm một phần nào đó. Khi đó hàm mục tiêu không phải là cực tiểu năng lượng toàn phần trong quá trình dao động của hệ. Thay vào đó một hàm mục tiêu có dạng khác được đưa ra với mục đích là chỉ cực tiểu một phần năng lượng của hệ tùy theo mục đích thiết kế.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

Khi đó \mathbf{P} sẽ là nghiệm của phương trình Lyapunov sau: $\mathbf{V}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{V} + \mathbf{Q} = 0$ (18)
Điều này có thể dễ dàng chứng minh được như sau:

$$\mathbf{P} = \int_0^{\infty} e^{\mathbf{V}^T t} \mathbf{Q} e^{\mathbf{V}t} dt \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} E(t, \mathbf{x}_0) dt &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} dt = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T (\mathbf{V}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{V}) \mathbf{x} dt \\ &= -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{V} \mathbf{x}) dt = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{V} \mathbf{x})^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{V} \mathbf{x} dt \\ &= -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{d}{dt} (\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}) dt = -\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2} \mathbf{x}_0^T \mathbf{P} \mathbf{x}_0 \end{aligned}$$

Vậy các tham số tối ưu α và ξ được tìm làm cực tiểu hàm mục tiêu.

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}_0^T \mathbf{P} \mathbf{x}_0 \tag{19}$$

trong đó: \mathbf{x}_0 - điều kiện ban đầu, \mathbf{P} - nghiệm của phương trình đại số Lyapunov (18). Để cực tiểu hàm mục tiêu J , điều kiện cực tiểu của hàm hai biến được áp dụng vào (19).

$$\left. \frac{\partial J}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha^*} = 0, \quad \left. \frac{\partial J}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta^*} = 0 \tag{20}$$

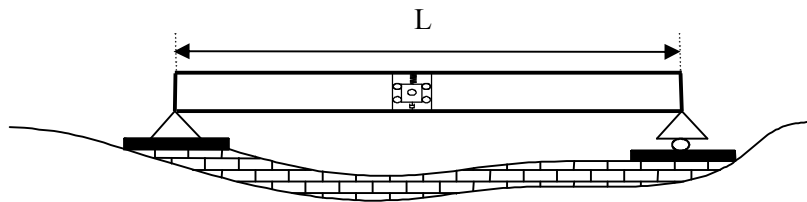
Giải hệ phương trình (10, 17, 18, 19, 20) ta tìm tham số tối ưu cho TMD là:

$$\alpha_{optD} = \alpha^* = \frac{\alpha_{UD}}{(1 + \mu_{UD})} ; \zeta_{optD} = \zeta^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_{UD}}{(1 + \mu_{UD})}} \tag{21}$$

3. Áp dụng kết quả nghiên cứu bộ hấp thụ dao động, tính toán giảm dao động cho một nhịp của cầu giao thông

Cùng với sự phát triển của đất nước các công trình giao thông được xây dựng ngày càng lớn. Việc sử dụng cầu vượt đã góp phần không nhỏ vào việc

chống ùn tắc giao thông ở Việt Nam hiện nay. Khi cầu được xây dựng ngày một lớn về quy mô và đặc biệt tăng độ dài của nhịp dầm thì vấn đề dao động sinh ra trong kết cấu sẽ phức tạp. Trong phần này các tác giả nghiên cứu, thể thiết kế các bộ hấp thụ dao động TMD-D để giảm dao động cho cầu giao thông.

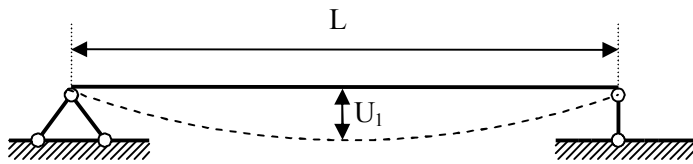


Hình 2. Sơ đồ tính toán độ lệch cầu giao thông có lắp bộ hấp thụ dao động TMD-D

Thực tế các nhịp cầu giao thông là các dầm chịu uốn, một đầu chịu liên kết trụ, còn một đầu chịu liên kết gối tựa con lăn, nên các điểm giữa cầu giao thông chỉ có dao động thẳng đứng mà không có dao động lắc ngang. Như vậy đối với các công trình loại

này ta chỉ cần lắp bộ hấp thụ dao động TMD-D để giảm dao động theo phương thẳng đứng.

- * Hệ số lò xo $K_S \rightarrow \infty$;
- * Xác định hệ số lò xo K_3 thông qua đặc tính của kết cấu vật liệu cầu giao thông:



Hình 3. Sơ đồ tính toán độ lệch U_1 , coi cầu như một dầm đàn hồi

Đối với các cầu giao thông ta coi như một dầm chịu uốn. Khi đó độ lệch U_1 tại điểm lắp bộ hấp thụ dao động như sau [7] (hình 3), ta có:

$$U_1 = \frac{P(t)L^3}{48EJ} \tag{22}$$

trong đó:

L - Chiều dài nhịp cầu giao thông;

$P(t)$ - Lực tác dụng tại vị trí lắp bộ hấp thụ dao động (tại điểm giữa nhịp cầu);

EJ - Độ cứng chống uốn của vật liệu cầu.

Nếu xác định độ lệch U_1 thông qua hệ số lò xo K_3 ta có:

$$U_1 = \frac{P(t)}{K_3} \tag{23}$$

Từ (22) và (23) ta suy ra:

$$\frac{P(t)L^3}{48EJ} = \frac{P(t)}{K_3} \Rightarrow K_3 = \frac{48EJ}{L^3} \tag{24}$$

Như vậy từ (24) và (5) ta có thể áp dụng các kết quả nghiên cứu bộ hấp thụ dao động TMD – D cho

cầu giao thông khi biết được kích thước, đặc trưng vật liệu cấu tạo nên cầu đó.

Ta xét cầu giao thông có các thông số sau:

- Chiều dài cầu $L = 100 \text{ m}$;
- Cầu có mặt cắt chữ nhật kích thước: chiều dài $b = 7\text{m}$, chiều cao $h = 1,0\text{m}$;
- Cầu được làm là vật liệu bê tông cốt thép $M 300$ có các thông số:

$$E = 3,1 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2, \rho = 2400\text{kg/m}^3. \quad (25)$$

Mô men quán tính của cầu được xác định theo công thức:

$$J = \frac{bh^3}{12} \quad (26)$$

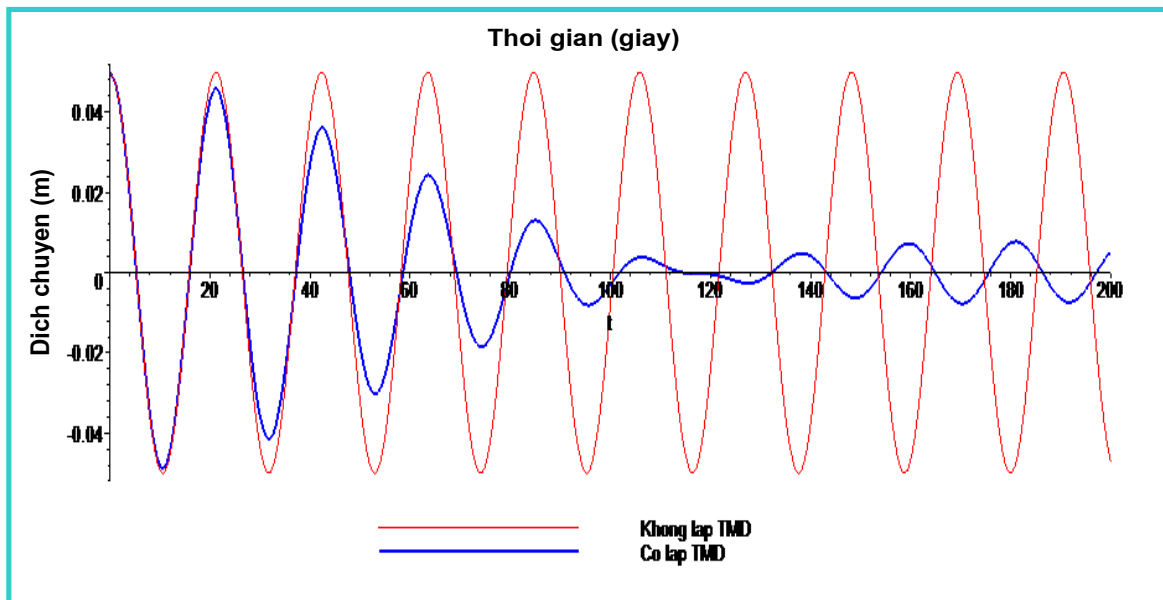
Thay các số liệu từ (25) vào (26) ta có:

$$J = 0,58(\text{m}^4) \quad (27)$$

$$K_2 = \frac{K_3 M_2}{(M + m)(1 + \mu_{ud})^2} = 2,86 \cdot 10^3 (\text{N} / \text{m}); c_2 = 2\xi_{optD} M_2 \omega_{dB} = 1,4 \cdot 10^3 (\text{Ns} / \text{m}) \quad (32)$$

Thay các thông số của bộ TMD-D và của hệ chính vào phương trình (1). Sử dụng phần mềm Maple 18[4]. Mô phỏng dao động của cầu giao thông được biểu diễn như sau:

Trường hợp 1: Dưới tác dụng của ngoại lực cầu giao thông có độ lệch ban đầu $U_1 = 0.05 \text{ (m)}$.



Hình 4. Đồ thị biên độ dao động của độ lệch U_1 của cầu giao thông với điều kiện đầu $U_1 = 0.05 \text{ (m)}$

Trường hợp 2: Dưới tác dụng của ngoại lực cầu giao thông có độ lệch ban đầu $U_1 = 0.05 \text{ (m)}$ và có vận tốc ban đầu $\dot{U}_1 = 0.1 \text{ (m/s)}$.

Khối lượng cầu được xác định theo công thức:

$$m = \rho bhL = 168 \cdot 10^4 \text{ kg} \quad (28)$$

Ta thiết kế bộ TMD-D như sau: Khối lượng của TMD-D là:

$$M_2 = 3.36 \times 10^4 \text{ kg} \quad (29)$$

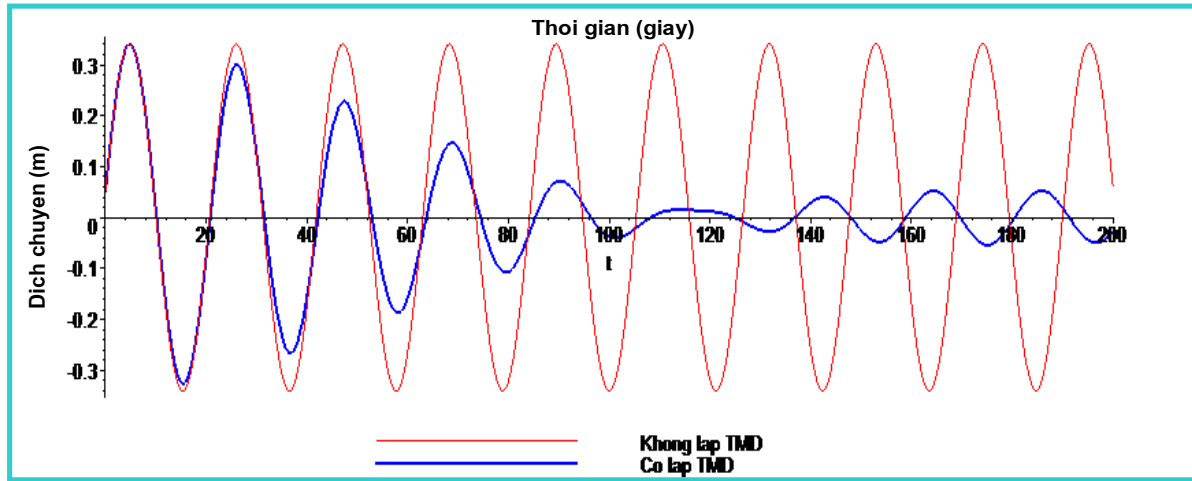
Thay (25, 27) vào (24) ta xác định được hệ số lò xo K_3 như sau:

$$K_3 = \frac{48EJ}{L^3} = 1,48 \cdot 10^5 (\text{N} / \text{m}) \quad (30)$$

Tần số dao động tự nhiên của cầu được tính từ công thức (5):

$$\omega_{ud} = \sqrt{\frac{K_3}{M + m}} = 0,30 (\text{rad} / \text{s}) \quad (31)$$

Từ (5, 21, 28, 29, 30, 31) ta suy ra các thông số của bộ hấp thụ dao động TMD–D như sau:



Hình 5. Đồ thị biên độ dao động của độ lệch U_1 của cầu giao thông với điều kiện đầu $U_1 = 0.05 (m)$, $\dot{U}_1 = 0.1 (m/s)$

Từ hình 4 và hình 5 ta thấy khi lắp đặt bộ TMD-D thì biên độ dao động của nhịp cầu giao thông giảm rất nhiều theo thời gian so với trường hợp không lắp bộ hấp thụ dao động.

4. Kết luận

Trên cơ sở phương pháp cực tiểu hóa năng lượng, tác giả đã tính toán xác định được các thông số tối ưu cho bộ hấp thụ dao động trong trường hợp tổng quát của mô hình con lắc ngược có lắp bộ TMD-D như sau:

$$\alpha_{optD} = \frac{\alpha_{ud}}{(1 + \mu_{ud})} ; \xi_{optD} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_{ud}}{(1 + \mu_{ud})}}$$

Các tham số tối ưu này có thể áp dụng cho các công trình cần giảm dao động theo phương thẳng đứng. Mục đích của việc thiết kế các bộ hấp thụ dao động là làm giảm dao động cho kết cấu, công trình một cách tối ưu đáp ứng yêu cầu của kỹ thuật. Các kết quả cho thấy rằng: Khi áp dụng kết quả nghiên cứu ở trên, tính toán bộ TMD-D lắp đặt vào kết cấu nhịp cầu giao thông thì biên độ dao động của nó giảm rất nhiều theo thời gian so với trường hợp không lắp đặt bộ hấp thụ dao động. Điều này đáp ứng được yêu cầu của các nhà kỹ thuật đặt ra.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Khong Doan Dien, Nguyen Duy Chinh (2010), “Optimal parameters of vibration reduction system TMD-D and DVA for an inverted pendulum type structure”, *Vietnam Journal of Mechanics, VAST, Vol. 32, pp. 59 - 69.*

[2] Truhar Ninoslav, Veselic Kresimir (2004), “On some properties of the Lyapunov equation for damper systems”, *Mathematical Communications, pp. 189-197.*

[3] Truhar Ninoslav (2004), “An efficient algorithm for damper optimization for linear vibrating systems using Lyapunov equation”, *J.Comput. Appl. Math 172(2004), 169 -182.*

[4] Peter Lancaster and Miron Tismenetsky (1995), *The theory of matrices, Academic Press Inc., Orlando, FL.*

[5] Nguyễn Duy Chinh (2008), “Nghiên cứu và áp dụng các thông số tối ưu của bộ hấp thụ dao động TMD-N đối với hệ con lắc ngược vào việc giảm dao động cho tháp nước”, *Tạp chí khoa học công nghệ xây dựng, 08(2), tr. 12- 20.*

[6] Nguyễn Duy Chinh, Khổng Doãn Điền, Đào Văn Hải (2016), “Nghiên cứu giảm dao động xoắn cho trục đàn hồi mặt cắt tròn bằng bộ hấp thụ dao động TMD” *Tạp chí Kết cấu và công nghệ xây dựng, 16(02), tr. 41 - 48.*

[7] Khổng Doãn Điền, Nguyễn Duy Chinh (2009), “Tính toán xác định các thông số tối ưu của bộ hấp thụ dao động TMD-D đối với hệ con lắc ngược và áp dụng kết quả nghiên cứu giảm dao động cho cầu giao thông”, *Tuyển tập công trình khoa học, Hội nghị Cơ học toàn quốc Kỷ niệm 30 năm Viện Cơ học và 30 năm Tạp chí Cơ học, tập 2: Cơ học máy; Động lực học và điều khiển, tr. 262 – 271.*

Ngày nhận bài: 11/8/2016.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 05/01/2017.