

# ỨNG DỤNG THUẬT TOÁN TIẾN HÓA VI PHÂN ĐỘT BIẾN HỖN HỢP (HCDE) XÁC ĐỊNH TẦN SỐ DAO ĐỘNG RIÊNG CỦA KẾT CẤU KHUNG PHẪNG CÓ THAM SỐ ĐẦU VÀO DẠNG SỐ KHOẢNG

ThS. ĐẶNG HỒNG LONG, TS. LÊ CÔNG DUY, TS. HOÀNG NHẬT ĐỨC  
Trường Đại học Duy Tân

Tóm tắt: Phân tích dao động kết cấu có các tham số đầu vào không chắc chắn là một vấn đề đang được quan tâm nghiên cứu trong thời gian gần đây. Vấn đề khó khăn khi mô tả các tham số đầu vào dưới dạng các biến số khoảng là sẽ làm tăng tính phức tạp của bài toán dao động. Trong bài báo này, tác giả giới thiệu một phương pháp vận dụng thuật toán tiến hóa vi phân đột biến hỗn hợp (Hybrid Crossover Differential Evolution – HCDE) để xác định tần số dao động riêng. Một ví dụ số minh họa với kết cấu khung thép 1 nhịp 4 tầng chứa các tham số đầu vào tổng quát dạng số khoảng như tiết diện, mô men quán tính, mô đun đàn hồi của vật liệu, nhịp và chiều cao của kết cấu để làm rõ vấn đề.

Từ khóa: Dao động, đột biến hỗn hợp, tiến hóa vi phân, tần số riêng.

## 1. Đặt vấn đề

Khi phân tích dao động của kết cấu công trình thì việc xác định tần số dao động riêng là một bước rất quan trọng. Với sự phát triển nhanh của khoa học máy tính, các phương pháp gần đúng mà đặc biệt là phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) giúp cho quá trình giải quyết bài toán dao động nhanh hơn, quy mô lớn hơn so với các phương pháp giải tích thuần túy với mức độ sai số cho phép chấp nhận được.

Trong thời gian gần đây, vấn đề phân tích dao động kết cấu có các tham số đầu vào không chắc chắn đã được đề cập trong nước [1,2,3], tuy nhiên việc xét tổng quát đồng thời nhiều yếu tố đầu vào không chắc chắn thì vẫn còn hạn chế. Việc phản ánh các yếu tố đầu vào không chắc chắn rất có ý nghĩa thực tiễn, bởi lẽ sai số trong quá trình thi công chế tạo, đo đạc là không thể tránh khỏi, dù ít hay nhiều, và dĩ nhiên kết quả đầu ra cũng không phải là giá trị tường minh. Một vấn đề khó khăn là khi biểu diễn các đại lượng đầu vào không chắc chắn mà cụ thể là dưới dạng số khoảng thì khối lượng thực hiện bài toán tăng lên nhiều lần, do vậy vấn đề đặt ra là tìm các giải pháp để kết quả bài toán có thể hội tụ

và hội tụ càng nhanh càng tốt là rất quan trọng. Thuật toán tối ưu tiến hóa vi phân (Differential Evolution – DE) là một giải pháp hiệu quả, có khả năng hội tụ đến kết quả tối ưu toàn cục tốt hơn và mạnh hơn các thuật toán di truyền (GA), thuật toán bầy đàn (PSO),... thích hợp cho nhiều bài toán tối ưu khác nhau [7,9,10].

Trong bài báo này, tác giả sẽ tiến hành tính toán tần số dao động riêng của kết cấu khung phẳng có các tham số đầu vào dạng số khoảng như kích thước tiết diện  $\bar{A}$ , mô men quán tính tiết diện  $\bar{I}$ , modul đàn hồi vật liệu  $\bar{E}$ , kích thước kết cấu  $\bar{L}$ ,  $\bar{H}$ , bằng phương pháp phần tử hữu hạn, đồng thời lồng ghép thuật toán tối ưu tiến hóa vi phân mới do Hoàng đề xuất trong [7], *tối ưu tiến hóa vi phân đột biến hỗn hợp* – Hybrid Crossover Differential Evolution (HCDE), thuật toán này cải tiến hơn so với các tối ưu tiến hóa vi phân truyền thống trước đó [6,8,9,10] bởi cho kết quả hội tụ nhanh và tránh cho quá trình tìm kiếm rơi vào một giải pháp cục bộ, chi tiết sẽ được trình bày trong mục 3. Bài báo ứng dụng HCDE để tối ưu các hàm mục tiêu đầu ra, từ đó xác định được thông số đầu ra là tần số riêng của kết cấu dưới dạng số khoảng. Việc hội tụ nhanh kết quả và tránh cho quá trình tìm kiếm rơi vào giải pháp tối ưu cục bộ đã mở ra một triển vọng để giải quyết các bài toán dao động có số lượng biến tham số đầu vào lớn. Một ví dụ số minh họa với kết cấu khung thép phẳng 1 nhịp 4 tầng có các tham số đầu vào dạng khoảng sẽ được trình bày cụ thể trong mục 4.

## 2. Phương trình vi phân dao động riêng theo phương pháp PTHH có chứa tham số khoảng

Khi công trình dao động tự do, không có cản thì phương trình vi phân dao động theo thời gian có dạng:

$$[\bar{M}].\{\ddot{u}(t)\} + [\bar{K}].\{u(t)\} = 0 \quad (1)$$

trong đó:

-  $[\bar{M}]$ ,  $[\bar{K}]$  lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận độ cứng tổng thể của hệ kết cấu, có dạng ma trận vuông kích thước  $(n \times n)$  tùy thuộc vào số bậc tự

## KẾT CẤU – CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

do của tất cả các nút. Đối với kết cấu khung phẳng, ma trận độ cứng và ma trận khối lượng của phần tử

thanh có liên kết cứng hai đầu trong hệ tọa độ địa phương như sau [2,4,5]:

$$[\tilde{K}_{e'}] = \begin{bmatrix} \tilde{E}\tilde{A}/\tilde{L} & 0 & 0 & -\tilde{E}\tilde{A}/\tilde{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^3 & 6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^2 & 0 & -12\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^3 & 6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^2 \\ 0 & 6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^2 & 4\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L} & 0 & -6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^2 & 2\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L} \\ -\tilde{E}\tilde{A}/\tilde{L} & 0 & 0 & \tilde{E}\tilde{A}/\tilde{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^3 & -6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^2 & 0 & 12\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^3 & -6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^2 \\ 0 & 6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^2 & 2\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L} & 0 & -6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L}^2 & 4\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{L} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[\tilde{M}_{e'}] = \begin{bmatrix} 2a & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 156b & 22\tilde{L}b & 0 & 54b & -13\tilde{L}b \\ 0 & 22\tilde{L}b & 4\tilde{L}^2b & 0 & 13\tilde{L}b & -3\tilde{L}^2b \\ a & 0 & 0 & 2a & 0 & 0 \\ 0 & 54b & 13\tilde{L}b & 0 & 156b & -22\tilde{L}b \\ 0 & -13\tilde{L}b & -3\tilde{L}^2b & 0 & -22\tilde{L}b & 4\tilde{L}^2b \end{bmatrix} \quad (3)$$

Với:  $a = \frac{m\tilde{L}}{6}$ ;  $b = \frac{m\tilde{L}}{420}$

-  $\tilde{E}, \tilde{A}, \tilde{I}, \tilde{L}$ , m lần lượt là các đại lượng Modun đàn hồi, tiết diện ngang, momen quán tính của tiết diện, chiều dài phần tử và khối lượng phân bố theo chiều dài dưới dạng số khoảng.

Các ma trận  $[\tilde{M}]$  và  $[\tilde{K}]$  trong hệ tọa độ tổng thể của kết cấu được ghép nối từ các ma trận của các phần tử thông qua tọa độ của các nút. Muốn vậy phải quy đổi các ma trận khối lượng phần tử  $[\tilde{M}_{e'}]$ , ma trận độ cứng phần tử  $[\tilde{K}_{e'}]$  trong hệ tọa độ địa phương về hệ tọa độ tổng thể tương ứng là  $[\tilde{M}_e]$  và  $[\tilde{K}_e]$  theo công thức:

$$[\tilde{M}_e] = [T_e]^T \cdot [\tilde{M}_{e'}] \cdot [T_e]; \quad [\tilde{K}_e] = [T_e]^T \cdot [\tilde{K}_{e'}] \cdot [T_e] \quad (4)$$

trong đó:  $[T_e]$  là ma trận chuyển đổi tọa độ của từng phần tử, và có cấu trúc như sau:

$$[T_e] = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -n_2 & n_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_1 & n_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -n_2 & n_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Với:

$$n_1 = \frac{x_2 - x_1}{L}; \quad n_2 = \frac{y_2 - y_1}{L}; \quad L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$x_1, x_2$ : Hoành độ của nút đầu và nút cuối của phần tử.

$y_1, y_2$ : Tung độ của nút đầu và nút cuối của phần tử.

$L$ : Chiều dài phần tử.

$\ddot{u}(t), \ddot{u}'(t)$ : Chuyển vị và gia tốc chuyển vị (ngang, đứng, xoay) tại các nút.

Khi hệ dao động riêng, các nút chuyển động theo quy luật hàm điều hòa với các tần số dao động

riêng  $\omega_i$  khác nhau. Trong đó các tần số dao động riêng  $\omega_i$  được xác định từ phương trình tần số [2]:

$$\det([\check{K}^*] - \omega^2 \cdot [\check{M}^*]) = 0 \tag{6}$$

Với  $[\check{K}^*], [\check{M}^*]$  là ma trận độ cứng và ma trận khối lượng tổng thể của hệ kết cấu sau khi khử suy biến.

Do  $[\check{K}^*], [\check{M}^*]$  là các ma trận chứa các chỉ số là số khoảng, nên nghiệm của phương trình (6) là các tần số dao động riêng cũng ở dưới dạng số khoảng,  $\omega_i = [\min_i, \max_i]$ .

**3. Phương pháp tối ưu bằng thuật toán tiến hóa vi phân đột biến hỗn hợp**

**3.1 Thuật toán tiến hóa vi phân (Differential Evolution- DE)**

Thuật toán tiến hóa vi phân (THVP), được phát triển bởi Storn và Price [9], là một thuật toán tiến hóa để giải các bài toán tối ưu hóa. Ý tưởng khái quát của thuật toán là từ một quần thể của các cá thể được khởi tạo một cách ngẫu nhiên, các cá thể mới sẽ được sản sinh và đấu tranh chọn lọc với các

cá thể cũ. Trong quá trình chọn lọc này, các cá thể tốt sẽ được lưu truyền đến các thế hệ sau; ngược lại, các cá thể kém hơn sẽ bị diệt vong. Ở đây, các cá thể sẽ được đánh giá thông qua một hàm mục tiêu  $f(x)$  được định nghĩa bởi một vấn đề tối ưu hóa cụ thể. Quá trình này tương tự như quá trình chọn lọc tự nhiên được mô tả trong học thuyết tiến hóa của Darwin.

THVP và thuật toán di truyền có nhiều đặc điểm tương đồng với nhau vì chúng cùng sử dụng các bước như lai ghép và đột biến để tạo ra các cá thể con. Yang [11] cho rằng THVP là một phiên bản phát triển của thuật toán di truyền với các bước lai ghép và đột biến có mô tả rõ ràng bằng các công thức toán. Bằng thực nghiệm, THVP được cho là có khả năng tìm kiếm giải pháp tối ưu rất tốt thông qua việc khai phá và khai thác không gian tìm kiếm. Thuật toán THVP được mô tả trong hình 1.

---

```

1: Xác định các thông số của thuật toán: Số biến thiết kế (D),
số lượng cá thể (P), số vòng lặp tối đa (G)
2: Khởi tạo các cá thể của quần thể đầu tiên theo (7)
3: For  $i = 1 : G$ 
4:   Đánh giá quần thể và nhận diện cá thể tốt nhất  $x_{best}$ 
5:   For  $i = 1 : P$ 
6:     Xác định cá thể mẹ  $x_i$ 
7:     Tạo 3 số nguyên dương ngẫu nhiên  $r_1, r_2, r_3$ 
8:     Xác định hệ số đột biến  $F = N(0.5, 0.2^2)$ 
        và xác suất lai ghép  $Cr = 0.8$ 
9:     Tạo véc-tơ đột biến  $d_i$  theo (8) hoặc (9)
10:    Tạo véc-tơ con  $c_i$  theo (10)
11:    IF  $f(c_i) < f(x_i)$  THEN  $x_i = c_i$ 
12:    IF  $f(c_i) < f(x_{best})$  THEN  $x_{best} = c_i$ 
13:  EndFor
14: EndFor
15: Return  $x_{best}$ 

```

---

**Hình 1. Thuật toán tiến hóa vi phân**

(1) *Xác định các thông số của thuật toán:*

Các thông số của thuật toán bao gồm số biến thiết kế (D), số lượng cá thể (P), và số thế hệ tối đa (G). Thông thường, số lượng cá thể  $P = 4 \cdot D \div 8 \cdot D$ , số thế hệ tối đa G thường được đặt sao cho đủ để thuật toán hội tụ. Thuật toán kết thúc khi điều kiện về số thế hệ tối đa được thỏa mãn.

(2) *Khởi tạo quần thể đầu tiên:*

Một cá thể được đại diện bằng một véc-tơ mà số thành phần của véc-tơ chính bằng số biến thiết kế D. Do đó, một quần thể sẽ được đại diện bằng một ma trận  $P \times D$ . Các cá thể của quần thể đầu tiên được khởi tạo một cách ngẫu nhiên như sau:

$$x_{ij} = LB_j + \text{rand}(0,1) \cdot (UB_j - LB_j) \tag{7}$$

trong đó,  $LB_j$  và  $UB_j$  là các giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biến thiết kế  $j, j = 1, 2, \dots, D$ .  $\text{rand}(0,1)$  là một số thực được khởi tạo ngẫu nhiên trong khoảng [0, 1].

(3) *Quá trình đột biến:*

Mỗi véc-tơ  $x$  ở thế hệ hiện tại  $g$  được gọi là một 'véc-tơ mẹ'. Đối với mỗi 'véc-tơ mẹ', một 'véc-tơ đột biến'  $d_{i,g}$  có thể được tạo ra theo nhiều cách [7], hai cách tạo 'véc-tơ đột biến' hay được lựa chọn là kiểu đột biến  $DE/\text{rand}/1$  và kiểu đột biến  $DE/\text{best}/1$  theo [5,6]:

$$DE/rand/1: d_{i,g} = x_{r1,g} + F.(x_{r2,g} - x_{r3,g}) \quad (8)$$

$$DE/best/1: d_{i,g} = x_{best,g} + F.(x_{r1,g} - x_{r2,g}) \quad (9)$$

trong đó: r1, r2, và r3 là 3 số nguyên được tạo ngẫu nhiên nằm trong khoảng [1; N]; 3 số nguyên này được tạo sao cho chúng không trùng với thứ tự i của ‘véc-tơ mẹ’. F là biên độ đột biến được sinh ra theo phân phối chuẩn N(0.5, 0.22) [12].  $x_{best}$  là cá thể tốt nhất trong quần thể. g là ký hiệu của thế hệ hiện tại.

Quá trình đột biến theo(8) có xu hướng khai phá không gian tìm kiếm, giúp cho thuật toán khó bị rơi vào vùng tối ưu cục bộ, nhưng quá trình hội tụ sẽ chậm [6, 8]. Quá trình đột biến theo (9) có xu hướng

$$c_{j,i,g} = \begin{cases} d_{j,i,g}, & \text{if } rand_j \leq Cr \text{ or } j = rnb(i) \\ x_{j,i,g}, & \text{if } rand_j > Cr \text{ or } j \neq rnb(i) \end{cases} \quad (10)$$

trong đó,  $rand_j$  là một số thực được tạo ngẫu nhiên thuộc [0;1]. Cr là xác suất lai ghép thường được chọn = 0.8.  $rnb(i)$  là một số nguyên dương được chọn ngẫu nhiên trong đoạn [1, F].

**(5) Quá trình chọn lọc:**

Các cá thể ‘véc-tơ con’  $c_{i,g}$  và ‘véc-tơ mẹ’  $x_{i,g}$  được so sánh với nhau. Cá thể nào có giá trị hàm mục tiêu tương ứng kém hơn sẽ bị loại bỏ:

$$x_{i,g+1} = \begin{cases} c_{i,g} & \text{if } f(c_{i,g}) \leq f(x_{i,g}) \\ x_{i,g} & \text{if } f(c_{i,g}) > f(x_{i,g}) \end{cases} \quad (11)$$

**3.2 Thuật toán THVP đột biến hỗn hợp - HCDE**

Để nâng cao khả năng tối ưu hóa của thuật toán THVP ở mục 3.1, nghiên cứu của Hoàng [7] đã đề xuất một phương pháp tối ưu THVP mới – “Tối ưu tiến hóa vi phân đột biến hỗn hợp - HCDE”. HCDE có các bước cơ bản (khởi tạo quần thể, lai ghép, chọn lọc) giống các phương pháp THVP thông thường, tuy nhiên, trong bước đột biến các cá thể, Hoàng [7] đề xuất một phương trình đột biến mới, phương trình mới này là sự kết hợp của hai phương trình (8) và (9). Phương pháp mới giúp đẩy nhanh quá trình hội tụ của thuật toán, đồng thời tránh cho quá trình tìm kiếm bị rơi vào một giải pháp tối ưu cục bộ. Phương trình đột biến hỗn hợp được mô tả như sau:

$$d_{i,g} = \gamma.x_{best,g} + (1 - \gamma).x_{r1,g} + F.(x_{r2,g} - x_{r2,g}) \quad (12)$$

khai thác giá trị  $x_{best}$  đã tìm được, phương thức này có ưu điểm là giúp cho thuật toán hội tụ nhanh, nhưng lại dễ rơi vào vùng tối ưu cục bộ khi bài toán tìm kiếm là phức tạp [12].

**(4) Quá trình lai ghép:**

Mục đích của quá trình lai ghép là làm đa dạng hóa quần thể hiện tại bằng cách trao đổi các thành phần của ‘véc-tơ mẹ’ và ‘véc-tơ đột biến’. Quá trình lai ghép sản sinh ra ‘véc-tơ con’  $c_{i,g}$  mà thành phần thứ j của nó, ký hiệu là  $c_{j,i,g}$ , được tạo ra theo cách sau [9]:

trong đó,  $\gamma = 1 - \exp(\frac{-g}{100})$  là hệ số quyết định

sự ảnh hưởng của véc-tơ  $x_{best}$  vào quá trình đột biến. Để thấy khi g thay đổi từ 1  $\rightarrow G_{max}$  (số thế hệ tối đa hay số vòng lặp tối đa của thuật toán) thì  $\gamma$  thay đổi từ 0  $\rightarrow$  1. Khi quá trình tiến hóa gần kết thúc, sự tham gia của véc-tơ  $x_{best}$  càng nhiều, điều này giúp đẩy nhanh quá trình hội tụ của thuật toán.

Nghiệm của phương trình tần số (6) là các hàm tần số riêng  $\omega_i = f_i(\tilde{X}_i)$  theo các biến là thông số đầu vào,  $\tilde{X}_i = [a_i, b_i]$ . Để xác định khoảng giá trị đầu ra của tần số riêng, tiến hành tối ưu hàm mục tiêu  $f(\tilde{X})$  bằng thuật toán HCDE,  $f_i(\tilde{X}_i) \rightarrow [\min_i, \max_i]$ , với điều kiện ràng buộc  $a_i \leq \tilde{X}_i \leq b_i$  và do đó tìm được tần số riêng dạng khoảng,  $\omega_i = [\min_i, \max_i]$ . Quá trình tính toán được tác giả lập trình trên phần mềm Matlab.

**4. Ví dụ minh họa**

Xác định tần số dao động riêng của khung thép 1 nhịp 4 tầng như hình 2 với các thông số đầu vào dạng số khoảng:

- Thông số cột :

Tiết diện  $A_1 = [3.93; 4.09] \times 10^{-2} (m^2)$ ;

Momen quán tính  $I_1 = [1.087; 1.133] \times 10^{-3} (m^4)$

- Thông số dầm:

Tiết diện  $A_2 = [1.793; 1.867] \times 10^{-2} (m^2)$

Momen quán tính  $I_2 = [8.567; 8.916] \times 10^{-4} (m^4)$

# KẾT CẤU – CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

- Modul đàn hồi vật liệu:

$$E = [205.8; 214.2] \times 10^6 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

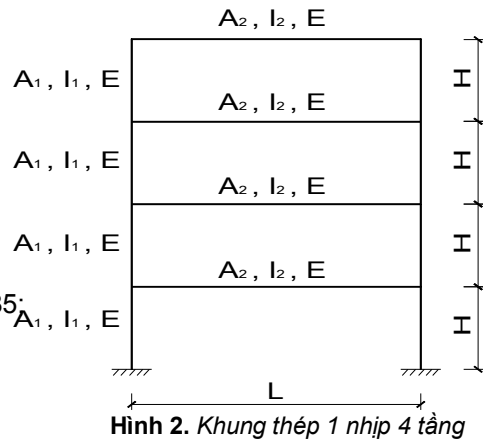
- Kích thước kết cấu:

$$H = [ 2.94; 3.06 ] \text{ (m);}$$

$$L = [ 7.84; 8.16 ] \text{ (m).}$$

- Khối lượng phân bố theo chiều dài cột và dầm:  $m_1 = [3.085; 3.211] \text{ (kN/m);}$

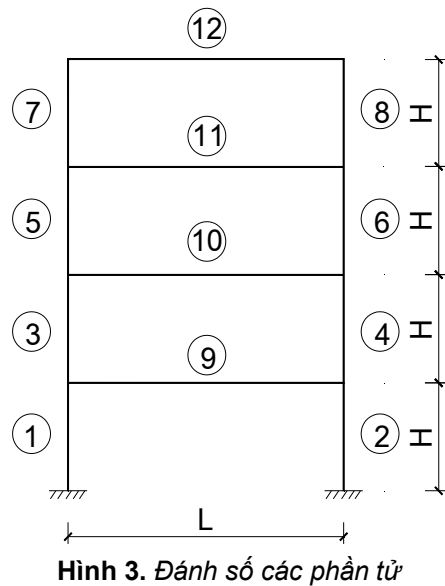
$$m_2 = [1.408; 1.466] \text{ (kN/m).}$$



**Bước 1:** Xây dựng lưới và tọa độ các phần tử

**Bảng 1. Phân chia các phần tử**

Phần tử	Hoành độ	Tung độ
	$(x_i, x_j)$	$(y_i, y_j)$
1	0, 0	0, H
2	L, L	0, H
3	0, 0	H, 2H
4	L, L	H, 2H
5	0, 0	2H, 3H
6	L, L	2H, 3H
7	0, 0	3H, 4H
8	L, L	3H, 4H
9	0, L	H, H
10	0, L	2H, 2H
11	0, L	3H, 3H
12	0, L	4H, 4H



**Bước 2:** Xây dựng ma trận độ cứng, ma trận khối lượng của mỗi phần tử trong tọa độ địa phương theo (2) và (3).

**Bước 3:** Chuyển ma trận độ cứng, ma trận khối lượng của phần tử về tọa độ tổng quát. Tiến hành ghép nối thành ma trận độ cứng và ma trận khối lượng tổng thể  $[K], [M]$ , các ma trận này có kích thước 30x30.

**Bước 4:** Khử suy biến tại những nút có chuyển vị bằng 0, đưa ma trận  $[K], [M]$  về thành ma trận  $[K], [M]$  có kích thước 24x24.

**Bước 5:** Giải phương trình tần số (6) để tìm các hàm tần số riêng  $\omega_i = f_i(\bar{X}_i)$ .

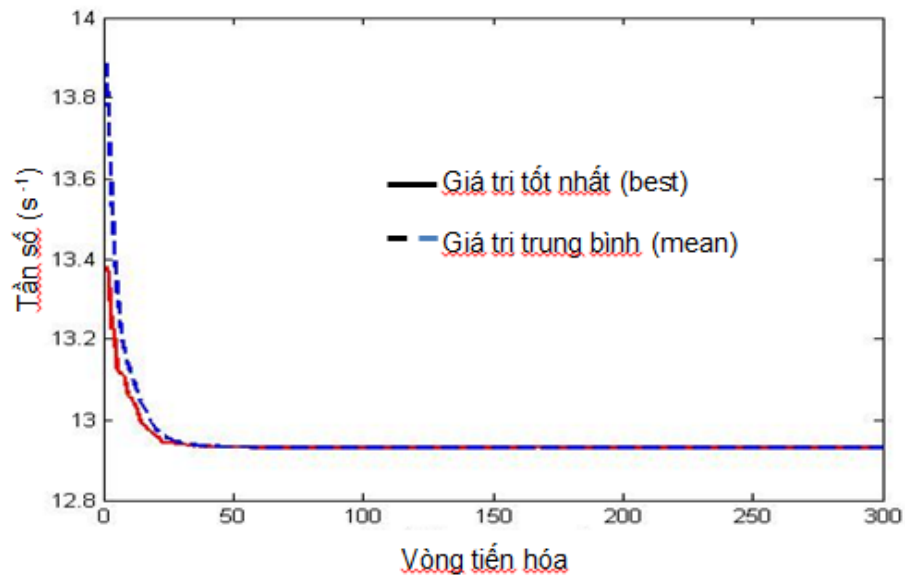
**Bước 6:** Tối ưu hóa tất cả các hàm tần số riêng bằng tối ưu tiến hóa vi phân hỗn hợp HCDE với số lượng cá thể (Population)  $P = 50$ , số thế hệ lai ghép tối đa  $G = 300$ , sau đó sắp xếp theo khoảng giá trị tăng dần của khoảng giá trị  $\omega_i$ , kết quả tính toán cho 3 tần số riêng đầu tiên được trình trong bảng 2. Quá trình tính toán được tác giả lập trình trên phần mềm Matlab.

**Bảng 2. Tần số riêng của kết cấu khung phẳng**

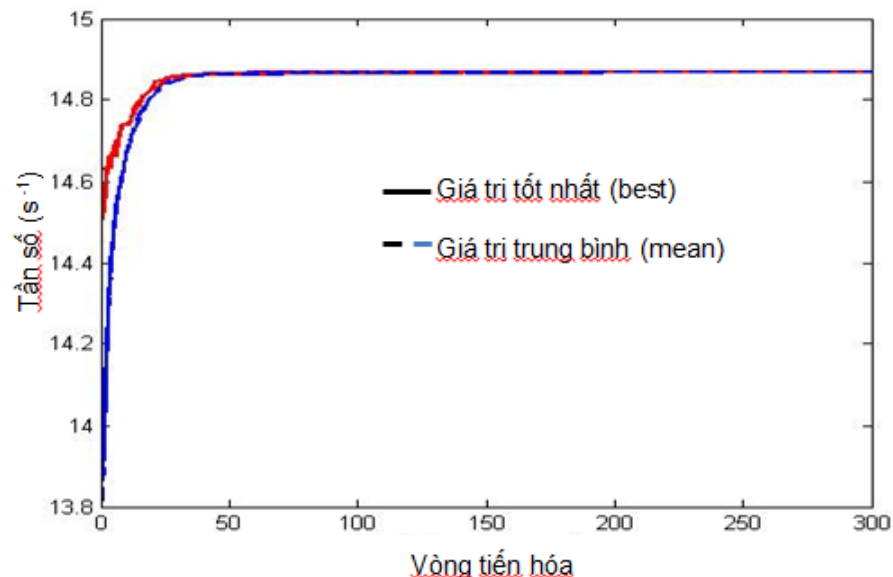
Tần số	Giá trị (s <sup>-1</sup> )		$E \times 10^6$ (kN/m <sup>2</sup> )	$A_1 \times 10^{-2}$ (m <sup>2</sup> )	$I_1 \times 10^{-3}$ (m <sup>4</sup> )	$A_2 \times 10^{-2}$ (m <sup>2</sup> )	$I_2 \times 10^{-3}$ (m <sup>4</sup> )	L (m)	H (m)	$m_1$ (kN/m)	$m_2$ (kN/m)
$\omega_1$	min	12.9283	205.80	3.93006	1.087	1.8369	8.567	3.059	8.159	3.211	1.466

## KẾT CẤU – CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

	<i>max</i>	14.8693	214.199	4.08997	1.133	1.8344	8.916	2.940	7.840	3.085	1.408
$\omega_2$	<i>min</i>	45.4086	205.80	3.9300	1.087	1.8278	8.567	3.059	8.159	3.211	1.466
	<i>max</i>	52.2381	214.199	3.9611	1.133	1.8072	8.916	2.940	7.840	3.085	1.408
$\omega_3$	<i>min</i>	93.2283	205.80	3.9515	1.087	1.8349	8.567	3.060	8.159	3.211	1.466
	<i>max</i>	107.3041	214.199	4.0899	1.133	1.8244	8.916	2.940	7.840	3.085	1.408



Hình 4. Tối ưu hoá với HCDE để tìm giá trị min đối với tần số con bản  $\omega_1$



Hình 5. Tối ưu hoá với HCDE để tìm giá trị max đối với tần số con bản  $\omega_1$

Nhận xét:

- Với tham số đầu vào dạng số khoảng, kết quả đầu ra là tần số riêng  $\min_i \omega_i \leq \omega_i \leq \max_i$  cũng dưới dạng số khoảng, phù hợp với thực tế đặt ra.

- Trường hợp cụ thể của bài toán khung thép phẳng 4 tầng, 9 tham số đầu vào dạng số khoảng, tối ưu bằng HCDE cho tốc độ hội tụ tốt với khoảng 100 thế hệ lai ghép (vòng) sớm hơn so với giả thiết

ban đầu  $G=300$  vòng, hình 4 và 5, điều này có ý nghĩa lớn, có thể vận dụng HCDE cho những bài toán dao động phức tạp với số lượng tham số đầu vào lớn hơn.

### 5. Kết luận

Đánh giá dao động kết cấu với tham số đầu vào không chắn chắn dạng số khoảng đang là vấn đề được quan tâm nghiên cứu. Tuy nhiên, khi các tham số đầu vào được mô tả như là các biến số thì tất yếu làm tăng tính phức tạp của bài toán do khối lượng tính toán tăng lên nhiều lần. Bài báo đề xuất vận dụng một thuật toán tối ưu tiến hóa vi phân mới, tối ưu tiến hóa vi phân đột biến hỗn hợp HCDE vào bài toán dao động sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn để tối ưu hàm mục tiêu đầu ra, từ đó tìm được khoảng giá trị của tần số dao động riêng. Các ưu điểm của tối ưu bằng HCDE so với các phương pháp tối ưu di truyền (GA) và tối ưu THVP truyền thống đã được Hoàng trình bày trong [7] sẽ là một hướng hỗ trợ hiệu quả cho những bài toán dao động có số lượng lớn biến đầu vào không chắn chắn dạng số khoảng.

---

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

---

- [1] Lê Công Duy, Đặng Hồng Long (2014), "Một cách giải hệ phương trình cơ bản của phương pháp PTHH khi có tham số đầu vào dạng khoảng", *Tạp chí Khoa học Công nghệ xây dựng*, số 3/2014.
- [2] Lê Công Duy, Đặng Hồng Long (2015), "Phân tích dao động khung phẳng chịu tải trọng cưỡng bức theo phương pháp PTHH khoảng", *Tạp chí Xây dựng*, số 11/2015.
- [3] Trần Thanh Việt, Vũ Quốc Anh, Lê Xuân Huỳnh (2016), "Tần số dao động riêng mờ của kết cấu khung thép phẳng với độ cứng liên kết và khối lượng có dạng số mờ tam giác", *Tạp chí Khoa học Công nghệ xây dựng*, số 2/2016.
- [4] Nguyễn Văn Phương (2005), Động lực học công trình. Nhà Xuất bản Khoa học & kỹ thuật, Hà Nội, 2005.
- [5] Anil K.Chopra,(1969). Dynamic of Structure: Theory and Applications to Earthquake engineering, *University of California at Berkeley- Prentice Hall 07458*.
- [6] M. Cheng and N.-D.Hoang (2014). "Risk Score Inference for Bridge Maintenance Project Using Evolutionary Fuzzy Least Squares Support Vector Machine", *J. Comput. Civ. Eng., ASCE*, vol 28.
- [7] N.-D. Hoang, Q.-L.Nguyen, and Q.-N. Pham (2015), "Optimizing construction project labor utilization using differential evolution: A comparative study of mutation strategies", *Advances in Civil Engineering, Volume 2015, Egypt*, pp.1-8.
- [8] N.-D. Hoang (2014). "NIDE: A Novel Improved Differential Evolution for Construction Project Crashing Optimization". *Journal of Construction Engineering, Egypt*, pp. 1-7.
- [9] K.V.Price, R.M.Storn and J.A. Lampinen (2005), "Differential Evolution: A practical Approach to global optimization", *Springer Science & Business Media, Germany*.
- [10] Anh Hoang Pham, Thanh Xuan Nguyen and Hung Van Nguyen. "Fuzzy Structural Analysis Using Improved Differential Evolution optimization", *International Conference on Engineering Mechanic and Automation, Hanoi, October 15-16: 492-498*.
- [11] X.-S Yang, (2014). "Natural – Inspired optimization Algorithms", *ed Oxford: Elsevier 2014*.
- [12] V. Feoktistov (2006). "Differential Evolution - In Search of Solutions", *Springer Science + business Media, LLC, New York, USA*.

**Ngày nhận bài: 28/09/2016.**

**Ngày nhận bài sửa lần cuối: 05/01/2017.**