



BỘ XÂY DỰNG

Ministry Of Construction - MOC

VIỆN KHOA HỌC CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

Vietnam Institute for Building Science and Technology - IBST

Add: 81 Trần Hưng Đạo, Nghĩa Tân, Cầu Giấy, Hà Nội

Website: www.ibst.vn - Email: vkhcnxd@ibst.vn - Tel: 04 37544196 - Fax: 04 38361197

SỬ DỤNG MÔ HÌNH HYPERBOLIC ĐƠN GIẢN NGHIÊN CỨU ỨNG XỬ CỦA CỌC ĐƠN CHỊU TẢI TRỌNG THẲNG ĐỨNG

ThS. **TRƯƠNG HỒNG MINH**, TS. **NGUYỄN THẾ DƯƠNG**
Trường Đại học Duy Tân

Tóm tắt: Bài báo trình bày mô hình Hyperbolic đơn giản dự báo ứng xử của cọc đơn trong nền đồng nhất dưới tác dụng của tải trọng thẳng đứng được đề xuất bởi Qian-qing Zhang. Mô hình này được các tác giả mở rộng cho trường hợp cọc bê tông cốt thép thi công bằng phương pháp dịch chuyển trong nền nhiều lớp. Một chương trình tính toán và phân tích mối quan hệ giữa tải trọng và chuyển vị của đầu cọc bằng phương pháp giải lập được nhóm tác giả lập trình trên nền ngôn ngữ lập trình Python. Từ các kết quả nghiên cứu nhóm tác giả đưa ra các kết luận, kiến nghị và lưu ý trong quá trình sử dụng mô hình Hyperbolic cho việc tính toán dự báo độ lún của cọc đơn.

Từ khóa: mô hình Hyperbolic; độ lún của cọc đơn, quan hệ tải trọng – chuyển vị đầu cọc; thí nghiệm nén tĩnh cọc.

1. Đặt vấn đề

Mô hình Hyperbolic đơn giản được Qian-qing Zhang và cộng sự sử dụng đã phân tích ứng xử phi tuyến mối quan hệ tải trọng – chuyển vị đầu cọc dưới tác dụng của nhiều cấp tải trọng thẳng đứng. Các kết quả nghiên cứu đã được kiểm chứng với các kết quả thí nghiệm nén tĩnh dọc trục cọc và đã được công bố trong tài liệu [3]. Tuy nhiên các kết quả nói trên chỉ mới dừng lại ở trường hợp cọc đơn nằm trong nền đồng nhất, trong khi thực tế cọc thường đi qua nhiều lớp đất khác nhau.

Trong mô hình Hyperbolic, các thông số đầu vào và đầu ra được mô tả bởi các phương trình không tường minh, ở đó các ẩn số (chuyển vị và tải trọng) nằm ở cả hai vế của các phương trình tương quan. Để tìm các ẩn số này, cần thiết phải sử dụng thuật toán giải lập để tìm nghiệm, thỏa

mãn điều kiện hội tụ. Thuật toán giải lập được nhóm tác giả viết trên nền ngôn ngữ lập trình Python [6]. Kết quả của chương trình truy xuất tự động đường cong quan hệ giữa tải trọng và chuyển vị đầu cọc.

Từ chương trình đã viết, nhóm tác giả mở rộng, khảo sát cho nền nhiều lớp, nghiên cứu nhiều loại đất khác nhau như đất rời, đất dính. Các kết quả thu được được so sánh với kết quả nén tĩnh. Từ các kết quả so sánh đó, các tác giả đánh giá sự phù hợp của mô hình đối với các loại đất và đề xuất một số thay đổi về các thông số trong mô hình Hyperbolic ban đầu của Qian-qing Zhang và cộng sự để phù hợp với sự thay đổi của nền đất.

2. Lý thuyết tính toán

2.1 Mô hình Hyperbolic

2.1.1 Mô hình Hyperbolic cho sức kháng bên

Theo [3], mối quan hệ giữa ma sát bên đơn vị τ_s (kPa) với chuyển vị tương đối S_s (m) giữa cọc và đất ở xung quanh cọc theo mô hình Hyperbolic được thể hiện theo công thức (1):

$$\tau_s = \frac{S_s}{a + b \cdot S_s}; \text{ kPa} \quad (1)$$

trong đó: a, b - các hệ số kinh nghiệm, được xác định theo các công thức (2), (4).

$$a = \frac{1}{k_s} = \frac{r_0}{G_s} \ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) \quad (2)$$

trong đó: k_s - độ cứng đàn hồi của đất xung quanh cọc; r_0 (m) - bán kính cọc; r_m (m) - khoảng cách từ tim cọc đến điểm mà tại đó có thể bỏ qua ảnh hưởng do cọc gây ra (theo nhóm tác giả bài báo, có thể lấy bằng 1,5 lần đường kính cọc); G_s

(kPa) - mô đun trượt của đất được xác định theo công thức:

$$G_s = \frac{E_s}{2(1+\nu)} ; \text{kPa} \quad (3)$$

trong đó: E_s - mô đun đàn hồi của đất, ν - hệ số nở hông của đất.

$$b = \frac{R_{sf}}{K_0 \left(\frac{K}{K_0} \right) \tan \left[f \left(\frac{\delta}{f} \right) \right] \sigma'_{vz}} \quad (4)$$

trong đó: K_0 - hệ số áp lực ngang tự nhiên của đất ($K_0 = 1 - \sin\varphi$); φ (độ) - góc nội ma sát của đất; K - hệ số áp lực ngang tính toán của đất, δ (độ) - góc ma sát giữa đất và cọc (K và δ có thể xác định theo bảng 1); σ'_{vz} (kPa) - ứng suất hữu hiệu thẳng đứng của đất tại chiều sâu tính toán; R_{sf} - hệ số phá hoại của sức kháng bên (theo Clough và Duncan [1], $R_{sf} = 0,8 \div 0,95$).

Bảng 1. Giá trị góc δ và K_0

Loại cọc	Giá trị góc δ	Nguồn
Cọc ống thép hoặc chữ H	$\delta = (0,5 \div 0,7)\varphi$ $K = (0,7 \div 1,2)K_0$	Kulhawy [3]
Cọc bê tông	$\delta = (0,8 \div 1,0)\varphi$ $K = (1,0 \div 1,2)K_0$	Kulhawy [3]

2.1.2 Mô hình Hyperbolic cho sức kháng mũi

Mối quan hệ giữa sức kháng đơn vị ở mũi cọc với chuyển vị của cọc theo mô hình Hyperbolic được mô tả theo công thức:

$$q_b = \frac{S_b}{f + gS_b} ; \text{kPa} \quad (5)$$

trong đó: q_b - sức kháng mũi đơn vị; S_b (m) - độ lún của mũi cọc; f và g - các hệ số kinh nghiệm được xác định theo các công thức (6), (7).

$$f = \frac{\pi \cdot r_0 (1 - \nu_b)}{4G_b} \quad (6)$$

trong đó: G_b ; ν_b lần lượt là mô đun trượt và hệ số nở hông của đất tại mũi cọc.

$$g = \frac{R_{bf}}{q_{bu}} \quad (7)$$

R_{bf} là hệ số phá hoại của sức kháng mũi (thường $R_{bf} = 0,9 \div 0,95$), q_{bu} (kPa) là sức kháng mũi cực hạn (đơn vị); đối với đất rời được xác định theo công thức (8); đối với đất dính được xác định theo công thức (9)

$$q_{bu} = N_q \sigma'_{vb} \leq 5000 \cdot \tan\varphi ; \text{kPa} \quad (8)$$

$$q_{bu} = 9S_u ; \text{kPa} \quad (9)$$

trong đó: σ'_{vb} (kPa) - ứng suất hữu hiệu thẳng đứng của đất tại mũi cọc; N_q - hệ số sức chịu tải, là hàm của góc nội ma sát của đất, có thể lấy theo bảng 2 (Meyerhof – 1976) [2]; S_u (kPa) - sức kháng cắt không thoát nước của đất.

Bảng 2. Giá trị N_q theo góc φ

φ (°)	N_q	φ (°)	N_q	φ (°)	N_q
20	12,4	26	29,5	32	81,0
21	13,8	27	34,0	33	96,0
22	15,5	28	39,7	34	115,0
23	17,9	29	46,5	35	143,0
24	21,4	30	56,7	36	168,0
25	26,0	31	68,2	37	194,0

2.2 Thuật toán phân tích

Dựa trên mô hình Hyperbolic, thuật toán phân tích tải trọng - chuyển vị đầu cọc của cọc đơn được thực hiện theo trình tự như sau:

- Bước 1: Chia cọc thành n đoạn từ đầu cọc đến mũi cọc với chiều dài L_n đủ nhỏ (thông thường lấy nhỏ hơn hoặc bằng 1m) để có thể xem ma sát bên đơn vị t_{sn} phân bố đều trên từng

đoạn cọc và mỗi lớp đất mà đoạn cọc đi qua là đồng nhất (hình 1).

- Bước 2: Giả thiết độ lún tại mũi cọc, S_{bn} ;

- Bước 3: Tính toán tải trọng tại mũi cọc, P_{bn} theo công thức:

$$P_{bn} = q_{bn} \cdot A_p \quad (10)$$

trong đó: q_{bn} được tính theo công thức (5) tương ứng với độ lún của mũi cọc đã giả thiết, S_{bn} ; A_p là diện tích tiết diện ngang mũi cọc.

- Bước 4: Chuyển vị thẳng đứng, S_{cn} , tại điểm giữa của đoạn cọc n được giả định (ở lần thử đầu tiên lấy $S_{cn} = S_{bn}$). Dựa vào công thức (1) xác định ma sát thân đơn vị trong đoạn cọc n , τ_{sn} .

- Bước 5: Tải trọng trên đầu đoạn cọc n , P_{tn} xác định theo công thức:

$$P_{tn} = P_{bn} + \pi \cdot D \cdot L_n \cdot \tau_{sn} \quad (11)$$

trong đó: D - đường kính cọc; L_n - chiều dài đoạn cọc n .

- Bước 6: Biến dạng đàn hồi ở điểm giữa của đoạn cọc n có thể xác định theo công thức:

$$S_{cn} = \left(\frac{P_{tn} - P_{bn}}{2} + P_{bn} \right) \left(\frac{0,5L_n}{E_p A_p} \right) \quad (12)$$

trong đó: E_p - mô đun đàn hồi của vật liệu làm cọc.

- Bước 7: Chuyển vị thực tại điểm giữa đoạn cọc n , có thể xác định theo công thức:

$$S'_{cn} = S_{bn} + S_{cn} \quad (13)$$

- Bước 8: So sánh giá trị chuyển vị thực S'_{cn} với giá trị S_{cn} giả định ở bước. Nếu giá trị ($S_{cn} - S'_{cn}$) lệch nhau không quá lớn (thông thường lấy bằng 10^{-3} mm) thì lấy giá trị S'_{cn} làm giá trị S_{cn} . Nếu không thỏa mãn thì lặp lại từ bước 4 đến bước 8 cho đến khi thỏa mãn yêu cầu đã nêu.

- Bước 9: Tính toán tải trọng và chuyển vị ở đầu đoạn cọc n , P_{tn} và S_{tn} , theo các công thức sau:

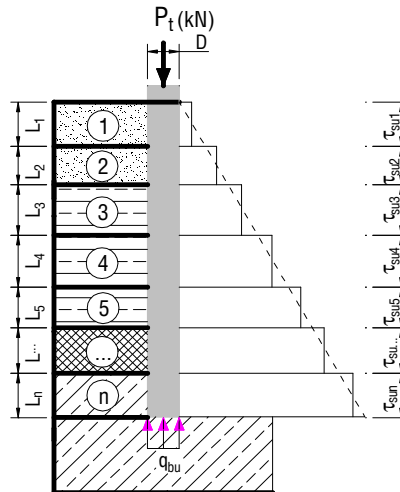
$$S_{tn} = S_{cn} + S'_{cn} \quad (14)$$

$$P_{tn} = P_{bn} + \pi \cdot D \cdot L_n \cdot \tau'_{sn} \quad (15)$$

trong đó: τ'_{sn} xác định từ công thức (1) với chuyển vị giữa đoạn cọc n là S'_{cn} .

- Bước 10: Lần lượt tính cho từng đoạn cọc từ n đến 1 theo các bước từ 4 đến 9.

- Bước 11: Quá trình từ bước 2 đến bước 10 được lặp lại sử dụng nhiều giá trị độ lún giả định S_{bn} khác nhau để vẽ đường quan hệ tải trọng - chuyển vị đầu cọc.

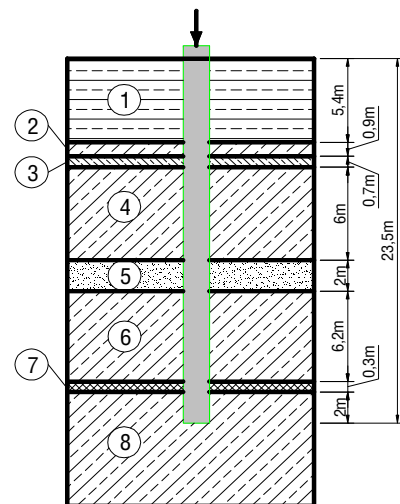


Hình 1. Sơ đồ tính toán theo mô hình Hyperbolic

3. Một số ví dụ tính toán

3.1 Bài toán 1

Cọc ống rỗng bằng bê tông cốt thép đường kính $D = 0,62m$; chiều dài $L = 23,5m$; cọc nằm trong nền đất nhiều lớp (hình 2) với số liệu địa chất ở bảng 3; cọc được kiểm tra khả năng chịu tải bằng thí nghiệm nén tĩnh dọc trục và phân tích bằng phần mềm Plaxis 3D Foundation [5].

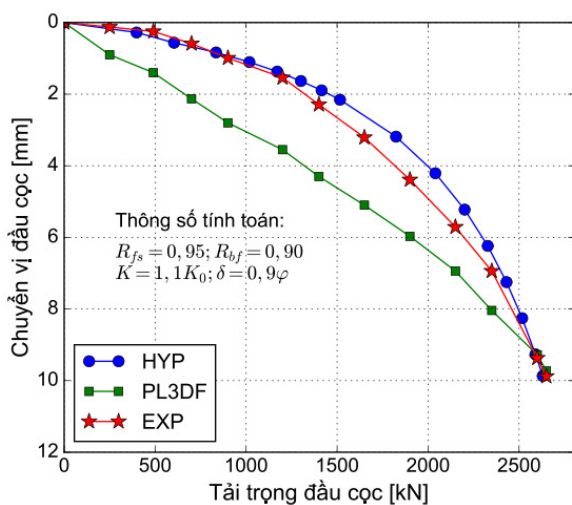


Hình 2. Sơ đồ bài toán 1

Bảng 3. Số liệu địa chất bài toán 1, [5]

Số thứ tự lớp đất	Tên đất	Bề dày lớp đất l (m)	Trọng lượng thể tích γ (kN/m ³)	Mô đun đàn hồi E (kPa)	Hệ số nở hông v	Góc nội ma sát φ (°)	Lực dính đơn vị c (kPa)
1	Đất bồi đắp	5,40	17,6	16000	0,3	30	1
2	Cát mịn	0,90	18,8	34000	0,3	31	1
3	Cát pha	0,70	17,5	8000	0,31	19	7
4	Cát mịn	6,00	18,8	34000	0,3	31	1
5	Cát hạt vừa	2,00	19,5	55000	0,3	34	1
6	Cát mịn	6,20	18,8	34000	0,3	31	1
7	Sét pha	0,30	19,5	9000	0,35	17	13
8	Cát mịn	2,00	18,8	34000	0,3	31	1

Kết quả tính toán độ lún của cọc nêu trên bằng mô hình Hyperbolic (HYP) theo các bước đã trình bày ở mục 2.2 (sử dụng thuật toán giải lặp trên nền ngôn ngữ lập trình Python) cùng với các kết quả đối chứng theo [5]: thí nghiệm nén tĩnh (EXP), phân tích bằng phần mềm Plaxis 3D Foundation (PL3DF) được thể hiện trên hình 3.



Hình 3. Đồ thị quan hệ tải trọng – chuyển vị (bài toán 1)

Nhận xét: từ đồ thị hình 3 có thể thấy khi cọc đi qua nền nhiều lớp gồm các lớp đất rời (lớp đất 7 có bề dày rất nhỏ 0,3m) với các hệ số $R_{fs} = 0,95$; $R_{bf} = 0,9$ kết quả tính toán bằng mô hình Hyperbolic rất gần với kết quả thí nghiệm nén tĩnh cọc, chuyển vị đầu cọc ứng với cấp tải trọng lớn nhất theo mô hình Hyperbolic gần như giống

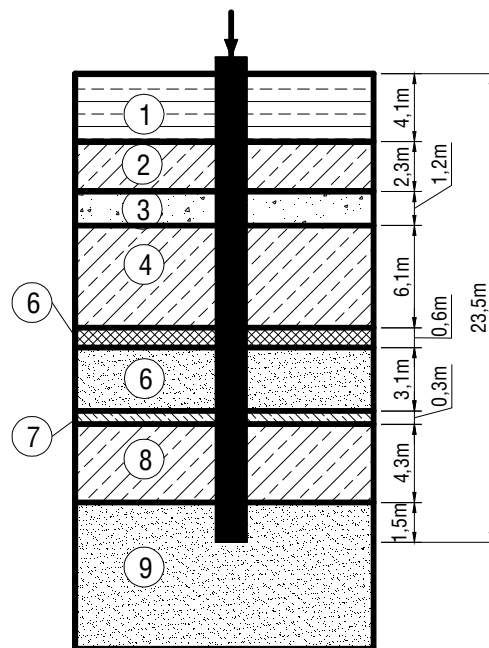
với kết quả thí nghiệm nén tĩnh. Như vậy trong trường hợp này kết quả tính toán phù hợp với các kết luận ở tài liệu [3].

3.2 Bài toán 2

Cọc ống rỗng bằng bê tông cốt thép đường kính $D = 0,62m$; chiều dài $L = 23,5m$; cọc nằm trong nền đất nhiều lớp (hình 4) với số liệu địa chất ở bảng 4; cọc được kiểm tra khả năng chịu tải bằng thí nghiệm nén tĩnh dọc trục và phân tích bằng phần mềm Plaxis 3D Foundation [5].

Kết quả tính toán cọc theo mô hình Hyperbolic và so sánh với các kết quả của tài liệu [5] được thể hiện như đồ thị hình 5.

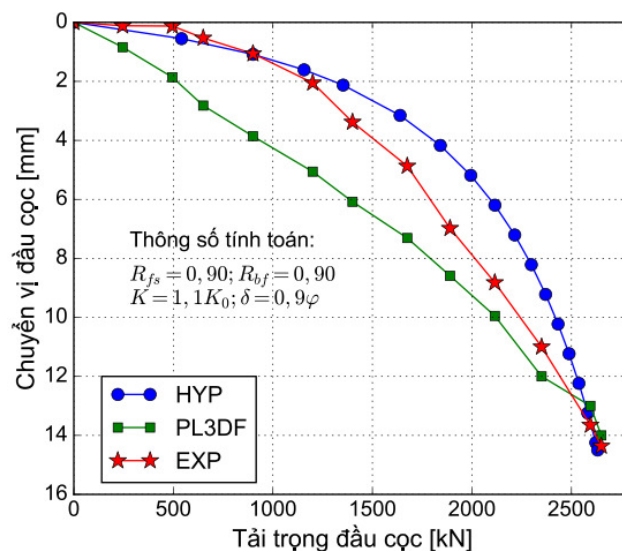
Nhận xét: từ đồ thị hình 5 có thể thấy khi trong nền đất mà thân cọc đi qua có các lớp đất dính (lớp đất 3 có bề dày 1,2m và lớp 5 có bề dày 0,6m) thì có sự sai số giữa kết quả tính toán theo mô hình Hyperbolic với kết quả thí nghiệm nén tĩnh cọc, sai khác càng lớn khi tải trọng nén trên đầu cọc càng lớn. Nguyên nhân của sự sai khác này có thể giải thích là do trong mô hình Hyperbolic chưa xét đến ảnh hưởng của lực dính các lớp đất xung quanh cọc. Tuy nhiên, ở bài toán 2 này, do ảnh hưởng của các lớp đất dính còn nhỏ nên các hệ số $R_{fs} = 0,9$; $R_{bf} = 0,9$ (trong các công thức 4 và 7) là phù hợp với các kết luận ở [3].



Hình 4. Sơ đồ bài toán 2

Bảng 4. Số liệu địa chất bài toán 2, [5]

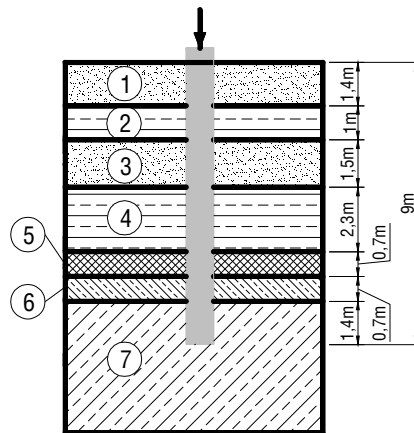
Số thứ tự lớp đất	Tên đất	Bề dày lớp đất l (m)	Trọng lượng thể tích γ (kN/m ³)	Mô đun đàn hồi E (kPa)	Hệ số nở hông v	Góc nội ma sát φ (°)	Lực dính đơn vị c (kPa)
1	Đất bồi đắp	4,10	17,6	16000	0,3	30	1
2	Cát mịn	2,30	18,8	30000	0,3	31	0,1
3	Sét pha lẫn hữu cơ	1,20	15,5	6000	0,35	17	15
4	Cát mịn	6,10	18,8	30000	0,3	31	0,1
5	Sét pha	0,60	19,5	9000	0,3	17	13
6	Cát hạt vừa	3,10	19,5	45000	0,3	31	0,1
7	Cát pha	0,30	17,5	8000	0,31	19	7
8	Cát mịn	4,30	18,8	30000	0,3	31	0,1
9	Cát hạt vừa	1,50	19,5	45000	0,3	31	0,1



Hình 5. Đồ thị quan hệ tải trọng – chuyển vị (bài toán 2)

3.3 Bài toán 3

Cọc ống rỗng bằng bê tông cốt thép đường kính $D = 0,62\text{m}$; chiều dài $L = 9,0\text{m}$; cọc nằm trong nền đất nhiều lớp (hình 6) với số liệu địa chất ở bảng 5; các kết quả thí nghiệm nén tĩnh dọc trục và phân tích bằng phần mềm Plaxis 3D Foundation của cọc thể hiện ở tài liệu [5].



Hình 6. Sơ đồ bài toán 3

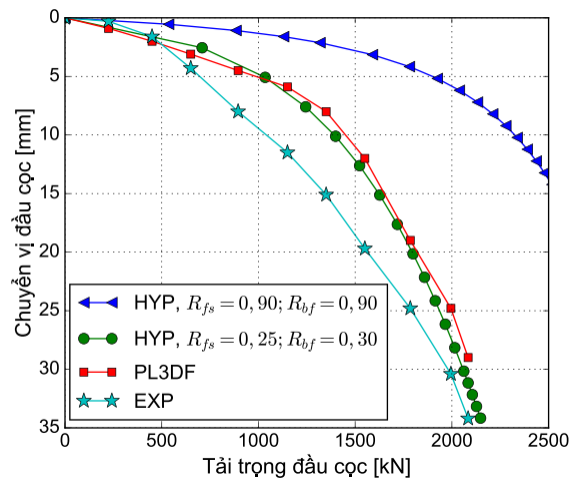
Bảng 5. Số liệu địa chất bài toán 3, [5]

Số thứ tự lớp đất	Tên đất	Bề dày lớp đất l (m)	Trọng lượng thể tích γ (kN/m ³)	Mô đun đàn hồi E (kPa)	Hệ số nở hông ν	Góc nội ma sát φ (°)	Lực dính đơn vị c (kPa)
1	Cát mịn	1,40	18,5	30000	0,30	32	1
2	Cát pha lẫn bụi	1,00	16,3	17000	0,31	25	30
3	Cát mịn	1,50	18,5	30000	0,30	32	1
4	Cát pha lẫn bụi	2,30	16,3	17000	0,31	25	30
5	Cát pha	0,70	16,5	20000	0,31	25	18
6	Sét pha	0,70	18,5	22000	0,37	18	20
7	Cát mịn	1,40	19,0	40000	0,30	32	7

Kết quả cuối cùng được thể hiện như đồ thị hình 7. So sánh giữa kết quả theo mô hình Hyperbolic, theo phần mềm Plaxis 3D Foundation và thí nghiệm nén tĩnh, có thể thấy khi ảnh hưởng của các lớp đất dính là rất lớn (lớp đất 2 có bề dày 1,0m; lớp đất 4 có bề dày 2,3m; lớp đất 5 có bề dày 0,7m và lớp 6 có bề dày 0,7m so với tổng chiều dài cọc là 9m). Độ lún đầu cọc theo mô hình Hyperbolic khá nhỏ so với thực tế.

Để đánh giá ảnh hưởng của các giá trị R_{fs} và R_{bf} (công thức 4 và 7), chúng tôi thực hiện hiệu chỉnh khoảng giá trị và thấy rằng, khi $R_{fs} =$

0,25; $R_{bf} = 0,3$ (nằm ngoài vùng giá trị theo khuyến nghị trong [3]) thì đường cong quan hệ tải trọng – chuyển vị đầu cọc theo mô hình Hyperbolic khá giống với kết quả tính theo phần mềm Plaxis 3D Foundation (hình 7), đồng thời cải thiện rất nhiều so với kết quả thí nghiệm. Ở đây chúng ta có thể thấy, nếu sử dụng đúng các hệ số R_{fs} và R_{bf} thì kết quả thu được cũng khá tin cậy và nhanh chóng, đồng thời việc tính toán cũng thuận lợi hơn rất nhiều so với việc sử dụng phần mềm Plaxis 3D Foundation để mô phỏng.



Hình 7. Đồ thị quan hệ tải trọng – chuyển vị (bài toán 2).

4. Kết luận

Trong bài báo này, các tác giả đã trình bày tóm tắt mô hình Hyperbolic dự báo quan hệ tải trọng và chuyển vị đỉnh cọc trong nghiên cứu của Qian-qing Zhang và cộng sự [3] cho nền một lớp đất, sử dụng ngôn ngữ lập trình Python viết chương trình giải lặp tìm kết quả. Chương trình tính toán đã được mở rộng cho trường hợp cọc bê tông cốt thép thi công bằng phương pháp dịch chuyển (đóng/ép) trong nền có nhiều lớp đất và áp dụng cho nhiều tình huống khác nhau về nền đất, kết quả tính toán được so sánh với thí nghiệm và kết quả mô phỏng bởi phần mềm Plaxis 3D Foundation. Từ các nghiên cứu trên, một số kết luận có thể rút ra như sau:

- Đối với đất rời, dù là một lớp đất hay nhiều lớp đất, mô hình Hyperbolic mô phỏng được khá tốt mối quan hệ giữa tải trọng – chuyển vị đầu cọc. Các hệ số R_{fs} , R_{bf} đề xuất trong nghiên cứu [3] cho kết quả tin cậy giữa tính toán và thí nghiệm;

- Đối với trường hợp nền nhiều lớp đất và có các lớp đất dính xen kẽ, do ảnh hưởng của lực dính, các kết quả tính toán bằng mô hình Hyperbolic có sự sai khác so với kết quả thí nghiệm nén tĩnh, sự sai khác càng tăng khi ảnh hưởng của lực dính càng lớn. Để có được kết quả gần nhất với kết quả thí nghiệm nén tĩnh cũng như với kết quả mô phỏng bằng Plaxis 3D Foundation thì cần thiết phải sử dụng các hệ số R_{fs} , R_{bf} khác với đề xuất trong tài liệu [3].

Bằng việc lập sẵn thuật toán giải lặp (chẳng hạn bằng Python) thì việc tính toán theo mô hình Hyperbolic trở nên đơn giản và nhanh chóng, đặc

biệt là khi thay đổi thông số đầu vào, ví dụ như chiều dài cọc, chiều dày lớp đất, số lượng lớp đất,... Chú ý rằng nếu sử dụng phần mềm Plaxis 3D Foundation thì phải tốn khá nhiều thời gian nếu phải thay đổi các thông số trên. Đây chính là ưu điểm nổi bật của phương pháp tính toán bằng mô hình Hyperbolic.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Clough G.W., Duncan J.M.(1971), “Finite element analysis of retaining wall behavior”, *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol.97, pp.1657-1673.

[2] Braja Das (7th Edition), *Principles of Foundation Engineering(Chapter 11, pp.557-559)*, Cengage learning, USA.

[3] Qian qing Zhang, Shu cai Li, Fa yun Liang, Min Yang, Qian Zhang (2014), “Simplified method for settlement prediction of single pile and pile group using a hyperbolic model”, *International Journal of Civil Engineering*, Vol.12, No.2 Transaction B: Geotechnical Engineering.

[4] Kulhavy F.H (1984), “Limiting tip and side resistance: factor or fallacy, Analysis and design of pile foundations”, *Proceedings of Symposium in conjunction with ASCE National Convention*, pp.80-90, San Francisco, USA.

[5] Serhii Lozovyi, Evhen Zahoruiko (2012), “Plaxis Simulation of State Pile Tests and Determination of Reaction Piles Influence”, *New Technologies in Construction*, NDIBV, Kyiv, 23-24 (1-2).

[6] www.python.org, Website chính thức của bộ ngôn ngữ lập trình Python (truy cập tháng 06/2016).

Ngày nhận bài:16/6/2016.

Ngày nhận bài sửa lần cuối:01/7/2016.