



BỘ XÂY DỰNG

Ministry Of Construction - MOC

**VIỆN KHOA HỌC CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG**  
Vietnam Institute for Building Science and Technology - IBST

Add: 81 Trần Cung, Nghĩa Tân, Cầu Giấy, Hà Nội

Website: www.ibst.vn - Email: vkhcnxd@ibst.vn - Tel: 04 37544196 - Fax: 04 38361197

## TẦN SỐ DAO ĐỘNG RIÊNG MỜ CỦA KẾT CẤU KHUNG THÉP PHẪNG VỚI ĐỘ CỨNG LIÊN KẾT VÀ KHỐI LƯỢNG CÓ DẠNG SỐ MỜ TAM GIÁC

ThS. **TRẦN THANH VIỆT**

Trường Đại học Duy tân

PGS. TS. **VŨ QUỐC ANH**

Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội

GS. TS. **LÊ XUÂN HUỖNH**

Trường Đại học Xây dựng

*Tóm tắt: Bài báo giới thiệu các thuật toán xác định tần số dao động riêng mờ khung thép phẳng, độ cứng liên kết dầm - cột, cột - móng và khối lượng được cho dưới dạng số mờ tam giác. Phương pháp phân tử hữu hạn – liên kết đàn hồi tiên định, kết hợp phương pháp mặt phản ứng (RSM) trong lý thuyết thống kê toán học được áp dụng cho bài toán với số mờ tam giác cân. Phương pháp tối ưu mức  $\alpha$  với thuật toán tiến hóa vi phân (DE) trên mô hình phân tử hữu hạn được áp dụng cho bài toán với số mờ tam giác bất kỳ. Các ví dụ số thể hiện được ưu điểm của các thuật toán ứng dụng cho khung thép phẳng mười ba tầng, ba nhịp.*

*Từ khóa: khung thép, tần số dao động riêng, liên kết mờ, phương pháp mặt phản ứng, phương pháp phân tử hữu hạn mờ, thuật toán tiến hóa vi phân.*

### 1. Đặt vấn đề

Khi phân tích dao động kết cấu, việc xác định tần số dao động riêng là một bước quan trọng. Đối với kết cấu khung thép liên kết nửa cứng, độ cứng của các liên kết ảnh hưởng nhiều đến tần số dao động riêng. Tuy nhiên, việc xác định độ cứng của liên kết, trong thực tế, dựa vào cấu tạo cụ thể, chi tiết, đặc trưng vật liệu của mỗi liên kết, rất khó xác định một cách tuyệt đối chính xác. Vì

vậy có thể xem độ cứng của các liên kết này là những đại lượng không chắc chắn và việc biểu diễn mức cứng của các liên kết bằng số mờ là hợp lý [1,3]. Ngoài ra, các yếu tố đầu vào, đặc biệt là khối lượng kết cấu cũng ảnh hưởng nhiều đến tần số dao động riêng và thể hiện sự không chắc chắn nên có thể mô tả bởi các số mờ.

Trong những năm gần đây, một số tác giả khác đã thực hiện phân tích tĩnh kết cấu với liên kết mờ [1,3]. Tuy nhiên, việc xác định tần số dao động riêng mờ của khung thép liên kết nửa cứng chưa thấy công bố. Đối với khung liên kết cứng, bài báo [4] đã phân tích phân tử hữu hạn mờ dao động tự do dựa trên phương pháp mặt phản ứng (RSM) cải tiến với hàm thay thế là đa thức bậc hai đầy đủ, khối lượng kết cấu, các đặc trưng hình học, đặc trưng cơ học có dạng số mờ tam giác cân. Việc sử dụng RSM cho thấy tính hiệu quả đối với các bài toán kết cấu phức tạp có biến mờ lớn, tuy nhiên cho đến hiện nay RSM chỉ thực hiện được với bài toán có số mờ tam giác cân. Đối với bài toán có số mờ tam giác bất kỳ, việc phân tích mờ kết cấu sẽ tiến hành theo một hướng tiếp cận khác. Trong [5,6,7], tác giả đã đề xuất thuật toán tiến hóa vi phân (DE) – một thuật toán tìm kiếm hiệu quả và đơn giản cho việc tối ưu toàn cục trên không gian liên tục, từ đó vận dụng vào việc phân tích kết cấu mờ bằng phương pháp tối ưu mức  $\alpha$ . Trong [2], tác giả đã xác định tần số dao động riêng khung thép phẳng





Theo [3], các mức cứng thể hiện sự mô tả về mặt ngôn ngữ tương ứng với các kiểu liên kết nửa cứng theo tiêu chuẩn AISC (Mỹ). Trong đó 0- khớp lý tưởng (khớp tuyệt đối), 1- rất khớp (kiểu liên kết: single web angle), 2- hầu hết khớp (kiểu liên kết: single web plate), 3- khá khớp (kiểu liên kết: double web angle), 4- ít nhiều khớp (kiểu liên kết: header plate), 5- nửa cứng nửa khớp (kiểu liên kết: top and seat angle), 6- ít nhiều cứng (kiểu liên kết: top plate & seat angle), 7- khá cứng (kiểu liên kết: top & seat plate), 8- hầu hết cứng (kiểu liên kết: end plate), 9- rất cứng (kiểu liên kết: t-stub & web angle), 10- cứng lý tưởng (cứng tuyệt đối). Các mức cứng này được xem như số mờ tam giác với sự lan tỏa 20% ở chân của hệ số độ cứng (tương ứng với 0.2). Việc chuyển từ độ cứng của các liên kết  $k_i$  (thay đổi từ 0 đến vô cùng) về hệ số độ cứng  $s_i$  (thay đổi từ 0 đến 1) giúp việc tính toán được thực hiện một cách dễ dàng (trường hợp xuất hiện  $k$  tiến đến vô cùng ở mức cứng 9 hoặc 10 dẫn đến việc tính toán bằng số rất khó khăn trong mô hình phần tử hữu hạn).

**3. Phương pháp mặt phản ứng (RSM)**

*Phương pháp mặt phản ứng là phương pháp sử dụng hiệu quả trong lý thuyết thống kê được dùng để xây dựng hàm phản ứng đầu ra của phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH), thông qua việc giải bài toán hồi quy theo một mô hình thay thế định trước. Mặt phản ứng chính là biểu diễn hình học nhận được khi biến phản ứng được quan niệm là hàm của các hệ số hồi quy. Đặc điểm của RSM là dựa trên cơ sở một số kết quả của phương pháp PTHH tất định để xây dựng hàm xấp xỉ thay thế đáp ứng thực của kết cấu, sau đó đáp ứng thực của kết cấu được xác định thông qua hàm xấp xỉ thay thế này [8], hoặc xác định trên cơ sở kết quả của phương pháp PTHH tất định đối với các điểm đạt cực trị của các hàm xấp xỉ thay thế tại các lát cắt  $\alpha$ .*

**3.1 Hàm thay thế với các biến mờ chuẩn**

Một số mô hình thay thế thường được sử dụng trong lý thuyết thống kê là: mô hình hồi quy đa thức, mô hình Kriging, hàm cơ sở hướng tâm [9]. Trong các mô hình này, mô hình hồi quy đa thức thường được sử dụng để xây dựng hàm mặt phản ứng do sự tính toán đơn giản của nó. Trong bài báo này, đối với việc xác định tần số dao động riêng từ hệ phương trình (1) là đơn giản, mô hình hồi quy đa thức bậc hai với các

biến mờ chuẩn không tương quan được sử dụng làm hàm mô hình thay thế như sau:

$$y(X) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i + \sum_{i=1}^n a_{ii} X_i^2 \tag{4}$$

với  $X_i$  là các biến mờ chuẩn,  $a_0 = y(X = 0)$ ,  $a_i$  là các hệ số được xác định bởi phương pháp bình phương tối thiểu,  $y(X)$  thể hiện hàm thay thế cho chuyển vị nút và nội lực phần tử của khung.

Trong bài toán khảo sát, ta giả thiết các đại lượng không chắc chắn của khung là các số mờ tam giác cân,  $x_i = (a, l, l)_{LR}$ . Theo lý thuyết thống kê và quy tắc chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên [10], các biến mờ chuẩn được xác định theo công thức

$$X_i = \frac{x_i - a}{(l/3)} \tag{5}$$

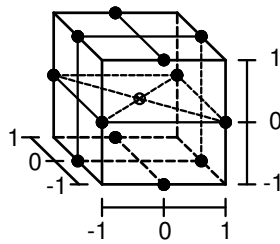
Với phép biến đổi trên, từ biến mờ gốc ban đầu  $x_i = (a, l, l)_{LR}$  ta chuyển sang biến mờ chuẩn  $\tilde{X}_i = (0, 3, 3)_{LR}$ . Ở đây, có thể xem biến mờ chuẩn là kết quả một phép biến đổi hình học từ biến mờ gốc ban đầu, được vận dụng tương tự như biến chuẩn trong lý thuyết thống kê toán học. Bài toán được thực hiện trong không gian các biến mờ chuẩn, do đó không gây ra sai lệch chuyển đổi trong quá trình thay thế.

**3.2 Thiết kế mẫu thử, ước lượng sai lệch và lựa chọn phương án**

Để hoàn thành hàm đa thức bậc hai thay thế của phương trình (4), tất các hệ số  $a_i, a_{ii}$  sẽ được xác định bởi việc cực tiểu hóa sự sai lệch giữa các dữ liệu đầu ra của hàm thay thế với các dữ liệu đầu ra mô hình phần tử hữu hạn tiền định. Thông thường, một số mẫu thử với dữ liệu đầu vào xác định được thực hiện và hàm thay thế tốt nhất nhận được từ việc cực tiểu hóa tổng bình phương sai lệch từ các dữ liệu đầu ra.

Trong RSM, có ba thiết kế mẫu thử thường được sử dụng [8]: mẫu siêu lập phương latin, mẫu mặt trung tâm lập phương và mẫu Box-Behnken. Trong ba mẫu trên, mẫu Box-Behnken được đề xuất sử dụng [8] do số lượng mẫu thử không quá nhiều, số lượng điểm phản ứng ít hơn và trong thực tế các phản ứng max, min thường xảy ra trên bề mặt khối lập phương. Trong thiết kế mẫu Box-Behnken, các điểm thiết kế nằm tại tâm lập phương hoặc tại trung điểm của các cạnh

lập phương. Hình 3 thể hiện thiết kế mẫu Box-Behnken với ba biến số đầu vào.



Hình 3. Thiết kế mẫu Box-Behnken với ba biến số

Để đánh giá chất lượng của mô hình thay thế và lựa chọn phương án phù hợp giữa các phương án tính toán ta sử dụng ước lượng sai lệch. Có ba phương pháp ước lượng sai lệch thường được sử dụng đó là: phương pháp mẫu đơn (split sample – SS), phương pháp kiểm tra chéo (cross – validation – CV) và phương pháp mồi (bootstrapping). Trong bài báo này, phương pháp kiểm tra chéo rời bỏ một tập được sử dụng [11], trong đó mỗi điểm phản ứng được kiểm tra một lần và thử  $k - 2$  lần (do mẫu trung tâm đã sử dụng để xác định  $a_0$ ). Ước lượng sai lệch của phương án thứ  $j$  được xác định theo công thức:

$$GSE_j = (y_j - \hat{y}_j^{(-j)})^2 \rightarrow \min \quad (6)$$

trong đó  $GSE_j$  – ước lượng sai của phương án thứ  $j$ ;  $y_j$  – giá trị đầu ra tại  $X^{(j)}$  (được xác định theo phương pháp PTHH);  $\hat{y}_j^{(-j)}$  – giá trị ước lượng tại  $X^{(j)}$  theo phương án thứ  $j$ .

$$x_{k,i}(0) = x_{i,min} + rand[0,1].(x_{i,max} - x_{i,min}), i = 1,2,...n \quad (7)$$

trong đó  $rand[0,1]$  – số thực ngẫu nhiên phân bố đều trong khoảng  $[0,1]$ .

Quá trình tiến hóa lặp sẽ được thực hiện như sau:

**Bước 1 – Đột biến:** Vector đột biến  $y$  được tạo ra từ quần thể  $x_k(G)$ ,  $k = 1,2,...NP$  như sau:

$$y = x_{r1}(G) + F.[x_{r2}(G) - x_{r3}(G)] \quad (8)$$

với  $NP$  – số cá thể;  $r_1, r_2, r_3$  – các số tự nhiên được chọn ngẫu nhiên, và  $1 \leq r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq k \leq NP$ ;  $F$  – hằng số tỉ lệ đột biến được chọn trong khoảng  $[0,1]$ .

**Bước 2 – Lai ghép:** Quần thể mới  $z$  được tạo ra từ phép lai ghép hai quần thể  $x$  và  $y$  như sau:

$$z_i = \begin{cases} y_j & \text{if } (rand[0,1] \leq Cr) \text{ or } (r = i) \\ x_{k,i} & \text{if } (rand[0,1] > Cr) \text{ or } (r \neq i) \end{cases} \quad (9)$$

#### 4. Tối ưu mức $\alpha$ với thuật toán tiến hóa vi phân (DE)

Phương pháp tối ưu mức  $\alpha$  được xem như là một cách tiếp cận tổng quát cho việc phân tích kết cấu mờ. Trong đó, tất cả các biến đầu vào mờ được rời rạc hóa thành các khoảng theo các mức  $\alpha$  tương ứng. Ứng với mỗi lát cắt  $\alpha$ , ta có khoảng của các biến đầu vào và tìm khoảng các giá trị đầu ra bằng các thuật toán tối ưu (tìm max, min) khác nhau. Quá trình tối ưu với mỗi mức  $\alpha$  được chạy trực tiếp trên mô hình phần tử hữu hạn và đánh giá giá trị hàm mục tiêu đầu ra nhiều lần để đạt đến một lời giải chấp nhận được, làm tăng thời gian tính toán. Thuật toán tối ưu tiến hóa vi phân (DE), được đề xuất đầu tiên bởi Storn và Price (1995), là thuật toán tối ưu dựa trên quần thể. DE là một thuật toán đơn giản, dễ sử dụng, hội tụ toàn cục tốt hơn và mạnh hơn thuật toán di truyền (GA), do đó thích hợp cho các bài toán tối ưu khác nhau [6,7]. Các bước thực hiện cơ bản của DE như sau:

Với hàm mục tiêu  $f(x)$ , ta cần tìm kiếm tối ưu toàn cục trên không gian liên tục các biến:  $x = \{x_i\}$ ,  $x_i \in [x_{i,min}, x_{i,max}]$ ,  $i = 1,2,...n$ .

Với mỗi thế hệ  $G$ , quần thể ban đầu được xây dựng ngẫu nhiên trong miền cho phép của các biến độc lập theo công thức:

ở đây,  $r$  – số nguyên được chọn ngẫu nhiên trong khoảng  $[1,n]$ ,  $Cr$  – xác suất lai ghép được chọn trong khoảng  $[0,1]$ .

**Bước 3 – Chọn lọc:** Trên cơ sở so sánh hai quần thể  $x$  và  $z$ , tiến hành chọn lọc các cá thể có giá trị hàm nhỏ hơn, ta được quần thể  $u$  như sau:

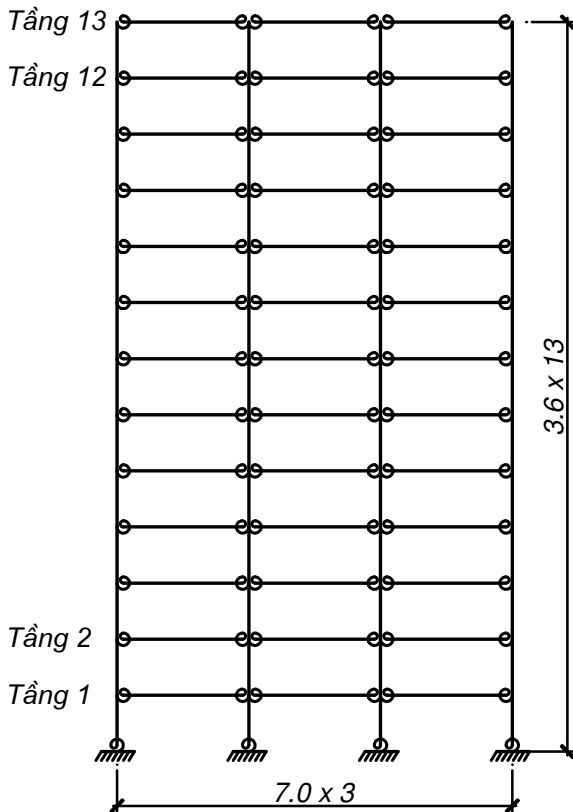
$$u_j = \begin{cases} z_j & \text{if } f(z_j) < f(x_{k,i}) \\ x_{k,i} & \text{if otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

**Bước 4 – Tái sinh:** Thực hiện phép gán  $x_k(G+1) = u_k(G)$  ta được thế hệ mới.

Quá trình tiến hóa lặp lại từ bước 1 đến bước 4 tùy theo số vòng lặp cho đến khi ta được giá trị chấp nhận được.

#### 5. Ví dụ minh họa

Khảo sát khung thép phẳng liên kết đàn hồi mười ba tầng – ba nhịp như hình 4.



**Hình 4. Khung thép mười ba tầng – ba nhịp**

Các số liệu như sau: mô đun đàn hồi  $E = 210E+06kN/m^2$ ; diện tích mặt cắt ngang và mô men quán tính của cột từ tầng một đến tầng bốn:  $A_{c1} = 6.52E-02m^2$ ,  $I_{c1} = 2.044E-03m^4$ , từ tầng năm đến tầng tám:  $A_{c2} = 5.01E-02m^2$ ,  $I_{c2} = 1.469E-03m^4$ , từ tầng chín đến tầng mười ba:  $A_{c3} = 4.01E-02m^2$ ,  $I_{c3} = 1.111E-03m^4$ ; diện tích mặt cắt ngang và mô men quán tính của dầm:  $A_d = 1,83E-02m^2$ ,  $I_d = 8.741E-04m^4$ ; nhịp dầm  $L_d = 7.0m$ ; chiều cao cột  $L_c = 3.6m$ ; mật độ khối lượng phân bố trên cột là  $m_1(T/m^3)$  và dầm là  $m_2(T/m^3)$  (kể cả tải trọng từ sàn truyền vào); hệ số độ cứng liên kết chân cột là  $s_1$  và hai đầu dầm là  $s_2$ . Với khung thép phẳng như trên, trong bài báo này, ba tần số dao động riêng mờ đầu tiên  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  được xác định tương ứng các trường hợp khác nhau như sau:

- Trường hợp 1 (TH1): Xét các đại lượng có dạng số mờ tam giác cân, bao gồm:  $\tilde{m}_1 = (7.85, 0.785, 0.785)$ ,  $\tilde{m}_2 = (50, 5, 5)$ ; hệ số độ cứng liên kết chân cột được lấy ở hình 2:  $\tilde{s}_1 = (0.8, 0.1, 0.1)$  ứng với mức cứng 8, ở hai đầu dầm:  $\tilde{s}_2 = (0.75, 0.1, 0.1)$  ứng với mức cứng 7.

- Trường hợp 2a (TH2a): Xét đại lượng có dạng số mờ tam giác không cân là hệ số độ cứng liên kết ở hai đầu dầm  $\tilde{s}_2$  ứng với mức cứng 1 (rất mềm). Các đại lượng khác lấy giá trị tiền định, bao gồm: hệ số độ cứng liên kết chân cột  $s_1 = 1$  (ngàm lý tưởng), mật độ khối lượng  $m_1 = 7.85$  và  $m_2 = 50$ .

- Trường hợp 2b (TH2b): Các hệ số độ cứng được lấy ở trường hợp 2a. Xét thêm hai tham số mờ có dạng tam giác cân là  $\tilde{m}_1 = (7.85, 0.785, 0.785)$  và  $\tilde{m}_2 = (50, 5, 5)$ .

- Trường hợp 3a (TH3a): Xét các đại lượng có dạng số mờ tam giác không cân là hệ số độ cứng liên kết ở chân cột  $\tilde{s}_1$  và hai đầu dầm  $\tilde{s}_2$  có cùng mức cứng 9 (rất cứng). Các đại lượng khác lấy giá trị tiền định là mật độ khối lượng  $m_1 = 7.85$  và  $m_2 = 50$ .

- Trường hợp 3b (TH3b): Các hệ số độ cứng được lấy ở trường hợp 3a. Xét thêm hai tham số mờ có dạng tam giác cân là  $\tilde{m}_1 = (7.85, 0.785, 0.785)$  và  $\tilde{m}_2 = (50, 5, 5)$ .

Trường hợp 1 được giải theo hai cách: RSM (do các biến mờ đầu vào có dạng tam giác cân) và DE, có sự so sánh giữa hai cách giải. Các trường hợp còn lại được giải theo DE (do biến mờ đầu vào có dạng tam giác không cân). Kết quả giới hạn nhận được ứng với mức  $\alpha = 1$  có sự so sánh với lời giải tiền định theo SAP2000 như sau: với trường hợp 2a ( $s_1 = 1, s_2 = 0, m_1 = 7.85$  và  $m_2 = 50$ ); với trường hợp 3a ( $s_1 = 1, s_2 = 1, m_1 = 7.85$  và  $m_2 = 50$ ).

**5.1 Giải theo RSM**

Trong trường hợp 1, số biến mờ là bốn (bốn biến thiết kế). Theo thiết kế mẫu Box – Behnken sẽ có tổng cộng 25 phương án thiết kế. Giá trị tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  của các phương án thiết kế được xác định bằng phương pháp PTHH tất định được lập trình trên Matlab phiên bản 2015b. Kết quả tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  được xác định ở bảng 1. Kết quả các hệ số của hàm thay thế cho tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  được thể hiện ở bảng 2 và kết quả khoảng tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  theo RSM ở bảng 3.

**Bảng 1.** Các phương án thiết kế mẫu theo Box-Behnken và tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  tương ứng

STT	$x_1=s_1$	$X_1$	$x_2=s_2$	$X_2$	$x_3=m_1$	$X_3$	$x_4=m_2$	$X_4$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
0	0.90	0	0.75	0	7.850	0	50.00	0	4.993	15.092	26.742
1	1.00	3	0.85	3	7.850	0	50.00	0	5.417	16.265	28.626
2	0.80	-3	0.85	3	7.850	0	50.00	0	5.409	16.239	28.577
3	1.00	3	0.65	-3	7.850	0	50.00	0	4.580	13.951	24.931
4	0.80	-3	0.65	-3	7.850	0	50.00	0	4.574	13.929	24.888
5	1.00	3	0.75	0	8.635	3	50.00	0	4.950	14.948	26.488
6	0.80	-3	0.75	0	8.635	3	50.00	0	4.943	14.924	26.443
7	1.00	3	0.75	0	7.065	-3	50.00	0	5.045	15.265	27.050
8	0.80	-3	0.75	0	7.065	-3	50.00	0	5.037	15.241	27.005
9	1.00	3	0.75	0	7.850	0	55.00	3	4.806	14.540	25.767
10	0.80	-3	0.75	0	7.850	0	55.00	3	4.799	14.517	25.723
11	1.00	3	0.75	0	7.850	0	45.00	-3	5.213	15.739	27.889
12	0.80	-3	0.75	0	7.850	0	45.00	-3	5.205	15.713	27.842
13	0.90	0	0.85	3	8.635	3	50.00	0	5.363	16.084	28.305
14	0.90	0	0.65	-3	8.635	3	50.00	0	4.534	13.797	24.653
15	0.90	0	0.85	3	7.065	-3	50.00	0	5.465	16.426	28.908
16	0.90	0	0.65	-3	7.065	-3	50.00	0	4.621	14.088	25.174
17	0.90	0	0.85	3	7.850	0	55.00	3	5.206	15.646	27.536
18	0.90	0	0.65	-3	7.850	0	55.00	3	4.402	13.420	23.979
19	0.90	0	0.85	3	7.850	0	45.00	-3	5.647	16.935	29.802
20	0.90	0	0.65	-3	7.850	0	45.00	-3	4.775	14.526	25.957
21	0.90	0	0.75	0	8.635	3	55.00	3	4.761	14.390	25.498
22	0.90	0	0.75	0	7.065	-3	55.00	3	4.845	14.672	25.999
23	0.90	0	0.75	0	8.635	3	45.00	-3	5.156	15.550	27.554
24	0.90	0	0.75	0	7.065	-3	45.00	-3	5.263	15.908	28.189

**Bảng 2.** Các hệ số của hàm thay thế cho tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$

Các hệ số	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
$a_0$	4.993	15.092	26.742
$a_1$	0.00121622	0.00405573	0.00762552
$a_2$	0.13947233	0.38570816	0.61582726
$a_3$	-0.01578056	-0.05298056	-0.09401944
$a_4$	-0.06781167	-0.19963333	-0.35363333
$a_{11}$	-0.00000608	-0.00002633	-0.00004103
$a_{22}$	0.00022142	0.00046672	0.00145480
$a_{33}$	0.00007443	0.00028053	0.00050038
$a_{44}$	0.00137582	0.00394858	0.00699899

**Bảng 3.** Khoảng tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ , ứng với từng lát cắt  $\alpha$  – trường hợp 1

Lát cắt $\alpha$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
$\alpha = 1$	4.993	15.092	26.742
$\alpha = 0.8$	[4.859; 5.128]	[14.708; 15.479]	[26.103; 27.388]
$\alpha = 0.6$	[4.726; 5.265]	[14.328; 15.870]	[25.470; 28.041]
$\alpha = 0.4$	[4.595; 5.402]	[13.951; 16.264]	[24.843; 28.699]
$\alpha = 0.2$	[4.464; 5.541]	[13.577; 16.661]	[24.223; 29.364]
$\alpha = 0$	[4.335; 5.681]	[13.207; 17.061]	[23.609; 30.040]

**5.2 Giải theo DE**

Tiến hành chạy bài toán xác định khoảng giá trị đầu ra với năm mức  $\alpha$  theo thuật toán tối ưu tiến hóa vi phân (DE), trong đó số biến tương ứng với các trường hợp như sau: 4 biến

(trường hợp 1 và 3b), 3 biến (trường hợp 2b), 2 biến (trường hợp 3a) và 1 biến (trường hợp 2a), kích thước quần thể là 50, hệ số đột biến là 0.5, xác suất lai ghép là 0.9. Kết quả giá trị tối ưu đạt được sau 30 lần lặp. Bài toán được

## KẾT CẤU – CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

lập trình trên Matlab phiên bản 2015b. Kết quả khoảng giá trị của tần số dao động riêng  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  của khung ứng với các lát cắt  $\alpha$  được thể hiện ở các bảng từ bảng 4 đến bảng 8 tương

ứng với từng trường hợp. Các trường hợp 2a, 2b (rất mềm) có tần số dao động riêng nhỏ hơn các trường hợp 3a, 3b (rất cứng) là đúng quy luật dao động.

**Bảng 4. Khoảng tần số dao động riêng  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  - trường hợp 1**

Lát cắt $\alpha$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
$\alpha = 1$	4.993	15.092	26.742
$\alpha = 0.8$	[4.861; 5.129]	[14.713; 15.481]	[26.110; 27.391]
$\alpha = 0.6$	[4.731; 5.268]	[14.342; 15.880]	[25.493; 28.058]
$\alpha = 0.4$	[4.605; 5.411]	[13.980; 16.290]	[24.892; 28.743]
$\alpha = 0.2$	[4.482; 5.559]	[13.627; 16.712]	[24.304; 29.448]
$\alpha = 0$	[4.361; 5.710]	[13.281; 17.145]	[23.730; 30.174]

**Bảng 5. Kết quả khoảng tần số dao động riêng  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  - trường hợp 2a**

Lát cắt $\alpha$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
SAP2000	0.74152	4.09152	11.3722
$\alpha = 1$	0.73347	4.0724	11.0457
$\alpha = 0.8$	[0.73347; 1.1413]	[4.0724; 4.7400]	[11.0457; 11.6681]
$\alpha = 0.6$	[0.73347; 1.3980]	[4.0724; 5.3026]	[11.0457; 12.2612]
$\alpha = 0.4$	[0.73347; 1.5988]	[4.0724; 5.7939]	[11.0457; 12.8277]
$\alpha = 0.2$	[0.73347; 1.7699]	[4.0724; 6.2347]	[11.0457; 13.3704]
$\alpha = 0$	[0.73347; 1.9225]	[4.0724; 6.6379]	[11.0457; 13.8917]

**Bảng 6. Kết quả khoảng tần số dao động riêng  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  - trường hợp 2b**

Lát cắt $\alpha$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
$\alpha = 1$	0.73347	4.0724	11.0457
$\alpha = 0.8$	[0.72624; 1.1529]	[4.0323; 4.7881]	[10.9368; 11.7865]
$\alpha = 0.6$	[0.71923; 1.4268]	[3.9933; 5.419]	[10.8312; 12.5141]
$\alpha = 0.4$	[0.71241; 1.6490]	[3.9555; 5.9760]	[10.7258; 13.2308]
$\alpha = 0.2$	[0.70578; 1.8453]	[3.9187; 6.5001]	[10.6287; 13.9396]
$\alpha = 0$	[0.69934; 2.0265]	[3.8829; 6.9970]	[10.5316; 14.6431]

**Bảng 7. Kết quả khoảng tần số dao động riêng  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  - trường hợp 3a**

Lát cắt $\alpha$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
SAP2000	6.4418	18.5142	32.1314
$\alpha = 1$	6.0658	18.0507	31.5079
$\alpha = 0.8$	[5.5937; 6.0658]	[17.7956; 18.0507]	[31.0918; 31.5079]
$\alpha = 0.6$	[5.8822; 6.0658]	[17.5420; 18.0507]	[30.6787; 31.5079]
$\alpha = 0.4$	[5.7913; 6.0658]	[17.2900; 18.0507]	[30.2683; 31.5079]
$\alpha = 0.2$	[5.7010; 6.0658]	[17.0393; 18.0507]	[29.8650; 31.5079]
$\alpha = 0$	[5.6112; 6.0658]	[16.7898; 18.0507]	[29.4552; 31.5079]

**Bảng 8. Kết quả khoảng tần số dao động riêng  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  - trường hợp 3b**

Lát cắt $\alpha$	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
$\alpha = 1$	6.0658	18.0507	31.5079
$\alpha = 0.8$	[5.9148; 6.1274]	[17.6203; 18.2339]	[30.7855; 31.8378]
$\alpha = 0.6$	[5.7680; 6.1909]	[17.2014; 18.4229]	[30.0829; 32.1576]
$\alpha = 0.4$	[5.6251; 6.2560]	[16.7953; 18.6179]	[29.3982; 32.4979]
$\alpha = 0.2$	[5.4858; 6.3240]	[16.3960; 18.8191]	[28.7333; 32.8492]
$\alpha = 0$	[5.3500; 6.3939]	[16.0084; 19.0271]	[28.0844; 33.2122]

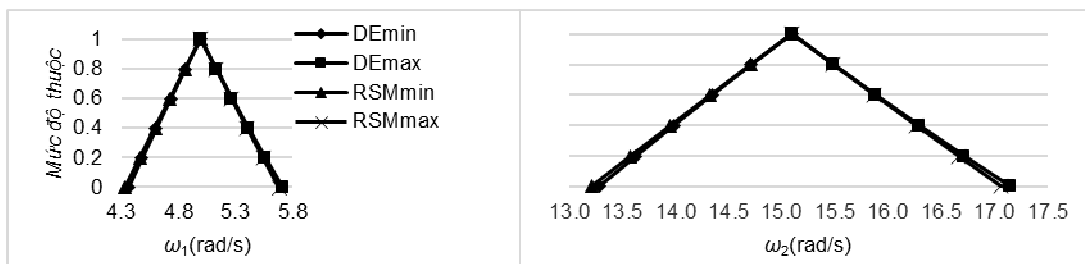
Hàm thuộc tần số dao động riêng  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  của khung ứng với trường hợp 1 bằng hai cách

tiếp cận được thể hiện trên hình 5 và hình 6. Qua đó cho thấy mức độ sai lệch giữa hai cách

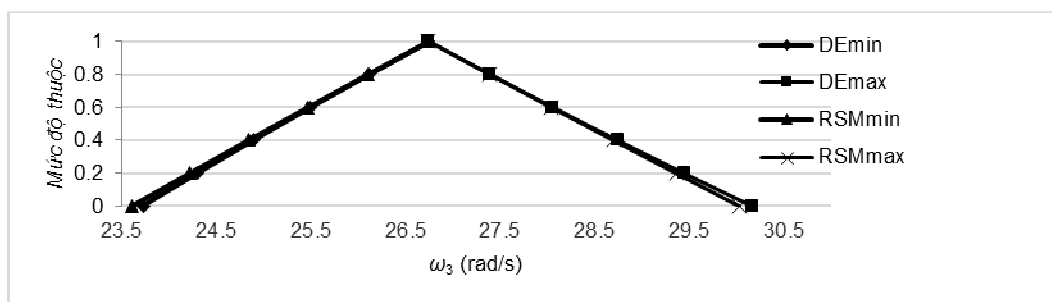


cận là không đáng kể. Các trường hợp TH2a, TH2b, TH3a, TH3b được thực hiện theo DE, hàm thuộc tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  được thể

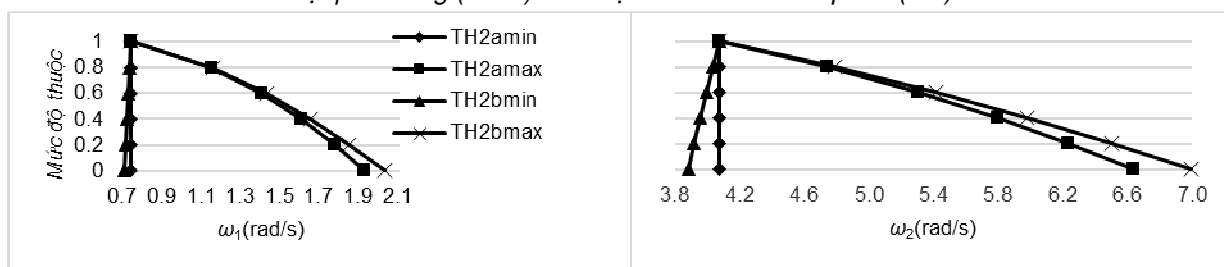
hiện trên các hình 7 đến hình 10, kết quả nhận được các số mờ có dạng bất kỳ tương ứng với số mờ đầu vào có dạng tam giác không cân.



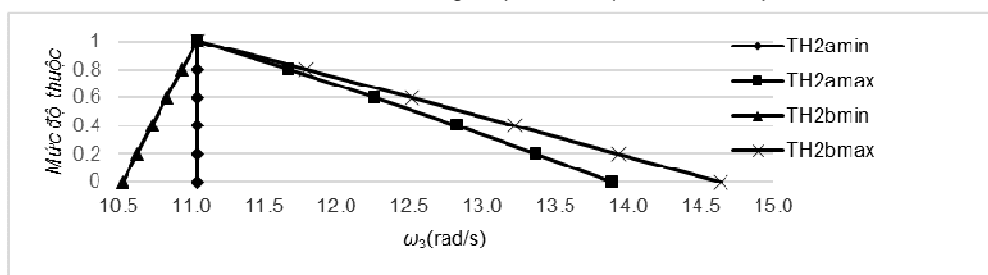
**Hình 5.** Hàm thuộc tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2$  ở trường hợp 1 theo phương pháp mặt phản ứng (RSM) và thuật toán tiến hóa vi phân (DE)



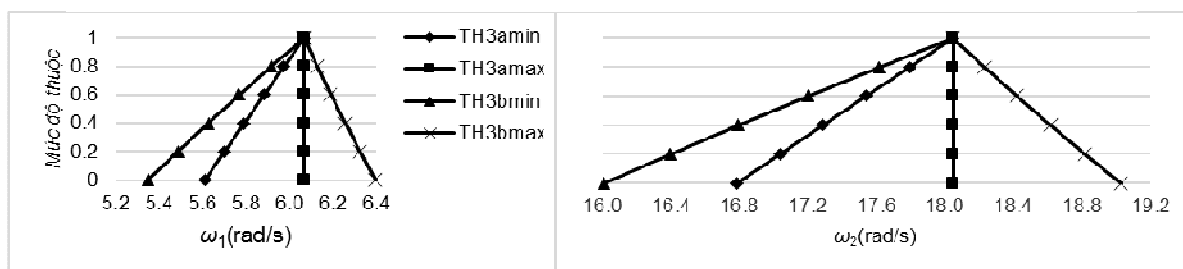
**Hình 6.** Hàm thuộc tần số dao động riêng  $\omega_3$  ở trường hợp 1 theo phương pháp mặt phản ứng (RSM) và thuật toán tiến hóa vi phân (DE)



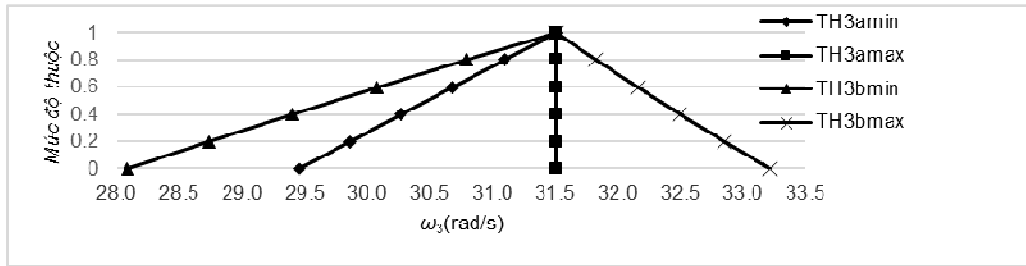
**Hình 7.** Hàm thuộc tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2$  theo thuật toán tiến hóa vi phân (DE) – trường hợp 2a, 2b (TH2a, TH2b)



**Hình 8.** Hàm thuộc tần số dao động riêng  $\omega_3$  theo thuật toán tiến hóa vi phân (DE) – trường hợp 2a, 2b (TH2a, TH2b)



**Hình 9.** Hàm thuộc tần số dao động riêng  $\omega_1, \omega_2$  theo thuật toán tiến hóa vi phân (DE) - trường hợp 3a, 3b (TH3a, TH3b)



Hình 10. Hàm thuộc tần số dao động riêng  $\omega_3$  theo thuật toán tiến hóa vi phân (DE) - trường hợp 3a, 3b (TH3a, TH3b)

6. Kết luận

Bài báo đã đề xuất hai cách giải xác định tần số dao động riêng mờ khung thép phẳng có liên kết mờ, trong đó độ cứng liên kết dầm – cột, chân cột – móng và khối lượng có dạng số mờ tam giác cân và không cân. Từ các kết quả của ví dụ minh họa, ta có một số nhận xét như sau:

a. Việc phân tích phần tử hữu hạn mờ dựa trên phương pháp mặt phản ứng (RSM), kết quả thể hiện tần số dao động riêng mờ của kết cấu bằng cách áp dụng phương pháp chuyển đổi với mô hình thay thế là đa thức bậc hai. Cách giải này phù hợp với các biến mờ đầu vào có dạng tam giác cân. Qua khảo sát một khung thép phẳng mười ba tầng – ba nhịp với số lượng phần tử khá lớn và số biến mờ nhiều cho thấy hiệu quả của việc áp dụng phương pháp này. Bài toán này cũng được thực hiện bởi cách giải khác bằng việc sử dụng phương pháp tối ưu mức  $\alpha$  với thuật toán tiến hóa vi phân (DE), kết quả so sánh tần số dao động riêng mờ theo hai cách giải chênh lệch nhau không đáng kể.

b. Trên cơ sở kết quả chính xác khi giải theo DE ở trường hợp 1, bài báo đã mở rộng cho các trường hợp khác với các biến mờ đầu vào có dạng tam giác bất kỳ, trong đó có biến mờ được mô tả dưới dạng số mờ tam giác không cân. Kết quả ví dụ cho thấy lợi thế của thuật toán tối ưu mức  $\alpha$  kết hợp DE so với RSM kết hợp GA khi sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn liên kết đàn hồi với hệ nhiều bậc tự do và biến mờ tam giác không cân. Các trường hợp giới hạn theo DE cũng đã được so sánh với lời giải tiền định theo SAP2000 khẳng định hơn nữa độ chính xác và lợi thế của cách giải này.

c. Việc sử dụng mô hình liên kết đàn hồi tuyến tính đơn giản, phù hợp với giả thiết hệ có chuyển vị nhỏ. Trường hợp xét chuyển vị lớn, quan hệ mô men – góc xoay ( $M - \theta$ ) dạng phi tuyến, cần được tiếp tục nghiên cứu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Lê Xuân Huỳnh, Lê Công Duy (2006). “Phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ của kết cấu khung”, *Tạp chí xây dựng*.  
 [2]. Vũ Quốc Anh (2012). “Tính toán và thiết kế khung thép liên kết đàn hồi”, 52 – 79, *Nhà xuất bản xây dựng, Hà Nội*.

[3]. Ali Keyhani, Seyed Mohammad Reza Shahabi (2012). “Fuzzy connections in structural analysis”. *ISSN 1392 – 1207, MECHANIKA, Volume 18(4): 380-386*.  
 [4]. Nguyen Hung Tuan, Le Xuan Huynh, Pham Hoang Anh (2015). “A fuzzy finite element algorithm based on response surface method for free vibration analysis of structure”, *Vietnam Journal of Mechanics, VAST, Vol. 37, No. 1: 17 – 27*.  
 [5]. Storn, R. and Price, K. (1995). “Differential Evolution – A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces”, *International Computer Science Institute, Berkeley*.  
 [6]. Storn, R. and Price, K. (1997). “Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces”, *Journal of Global Optimization 11, Netherlands: 341–359*.  
 [7]. Anh Hoang Pham, Thanh Xuan Nguyen and Hung Van Nguyen (2014). “Fuzzy Structural Analysis Using Improved Differential Evolution Optimization”, *International Conference on Engineering Mechanic and Automation (ICEMA 3) Hanoi, October 15-16: 492 – 498*.  
 [8]. M. De Munck, D. Moens, W. Desmet, and D. Vandepitte (2008). “A response surface based optimisation algorithm for the calculation of fuzzy envelope FRFs of models with uncertain properties”, *Computers & Structures, 86, (10): 1080–1092*.  
 [9]. R. L. Mason, R. F. Gunst, and J. L. Hess (2003). “Statistical design and analysis of experiments: With applications to engineering and science”, *JohnWiley & Sons, Vol. 474*.  
 [10]. Du Bois D., Foulloy L., Mauris G. and Prade H. (2004). “Probability – Possibility Transformations, Triangular Fuzzy Sets, and Probabilistic Inequalities”. *Reliable Computers 10, Kluwer Academic Publishers, Printer Netherlands: 273 – 297*.  
 [11]. Hanss M. (2005). “Applied fuzzy arithmetic - An introduction with engineering applications”. *Berlin Springer*.

Ngày nhận bài: 03/6/2016.  
 Ngày nhận bài sửa lần cuối: 30/6/2016.