

ỨNG DỤNG BIẾN ĐỔI HILBERT-HUANG ĐỂ CHẨN ĐOÁN HƯ HỒNG TRONG KẾT CẤU DƯỚI CỦA CẦU

PGS. TS. **BÙI ĐỨC CHÍNH**

Trường Đại học Giao thông vận tải

Tóm tắt: Bài báo này giới thiệu những kết quả nghiên cứu ban đầu về chẩn đoán hư hỏng của kết cấu dưới công trình cầu dựa trên biến đổi Hilbert-Huang. Bài báo bao gồm: Nội dung của biến đổi Hilbert; việc phân tích một tín hiệu thành các hàm dạng/mode bản chất theo phân tích dạng kinh nghiệm và phân tích dạng kinh nghiệm quần thể; một số kết quả ban đầu trong áp dụng phổ giới hạn Hilbert trong chẩn đoán hư hỏng của kết cấu dưới của công trình cầu.

Một số từ viết tắt

FFT	Fast Fourier Transform (<i>Biến đổi Fourier nhanh</i>).
WT	Wavelet Transform (<i>Biến đổi Wavelet</i>).
HT	Hilbert Transform (<i>Biến đổi Hilbert</i>).
HHT	Hilbert-Huang Transform (<i>Biến đổi Hilbert-Huang</i>).
IMS	Intrinsic Mode Function (<i>Hàm dạng/mode bản chất</i>).
EMD	Empirical Mode Decomposition (<i>Phân tích dạng kinh nghiệm</i>).
EEMD	Ensemble Empirical Mode Decomposition (<i>Phân tích dạng kinh nghiệm quần thể</i>).
NHS	Nominal Hilbert Spectrum (<i>Phổ Hilbert danh định</i>).
MHS	Marginal Hilbert Spectrum (<i>Phổ Hilbert giới hạn</i>).

1. Đặt vấn đề

Khi trong công trình/kết cấu xuất hiện các hư hỏng khuyết tật sẽ dẫn tới thay đổi các đặc trưng động học như: Giảm độ cứng, thay đổi tần số dao động tự do; thay đổi dạng/mode dao động của công trình/kết cấu... Kỹ thuật chẩn đoán phát hiện hư hỏng khuyết tật dựa vào sự thay đổi các đặc trưng động học đang được nghiên cứu áp dụng. Tuy nhiên trong ứng dụng thực tế, kỹ thuật này cũng gặp khá nhiều hạn chế như: Việc xác định chính xác các thông số dao động như các tần số riêng và các dạng dao động riêng trên kết cấu thực khá khó khăn, các ảnh hưởng của các đại lượng cần đo lớn... Một trong các vấn đề dẫn tới các hạn chế trên đó là quá trình xử lý các tín hiệu dao động ghi nhận được ở hiện trường trên công trình/kết cấu thực còn gặp nhiều khó khăn [1, 4].

Sau đây xin giới thiệu các nét cơ bản về EMD, EEMD, NHS, MHS trong biến đổi Hilbert-Huang và áp dụng chúng trong phân tích các dữ liệu dao động thu được để chẩn đoán hư hỏng của kết cấu dưới của công trình cầu.

2. Biến đổi Hilbert-Huang

2.1 Biến đổi Hilbert

Biến đổi Hilbert thích hợp để xử lý các tín hiệu không dừng và giải hẹp. Biến đổi Hilbert được định nghĩa như sau [3] :

$$y(t) = H[x(t)] = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (1)$$

trong đó:

Toán tử $H[.]$ là biến đổi Hilbert;

P là giá trị chính Cauchy.

Từ (1) bất cứ một tín hiệu $z(t)$ đều có thể biểu diễn thành tổng của phần thực $x(t)$ và phần ảo $y(t)$ của nó

$$z(t) = x(t) + iy(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (2)$$

trong đó: $a(t)$ là biên độ tức thời và $\theta(t)$ là pha tức thời, chúng được tính như sau:

$$\begin{cases} a(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \\ \theta(t) = \text{artan}\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right) \end{cases} \quad (3)$$

Tần số tức thời trong phép biến đổi Hilbert được tính như sau :

$$\omega(t) = 2\pi f(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{\dot{y}(t)x(t) - y(t)\dot{x}(t)}{x^2(t) + y^2(t)} \quad (4)$$

Như vậy, phần thực của tín hiệu $x(t)$ có thể được

biểu diễn qua biên độ và tần số tức thời như một hàm phụ thuộc thời gian :

$$x(t) = R(z(t)) = R\left(a(t)e^{i\int\omega(t)dt}\right) \quad (5)$$

trong đó: $R(\cdot)$ ký hiệu phần thực của tín hiệu phân tích $z(t)$.

Để đảm bảo chắc chắn rằng tần số tức thời nhận được từ (4) có ý nghĩa vật lý, pha tức thời $\theta(t)$ cần phải là hàm đơn trị tại bất kỳ giá trị nào của t .

Như vậy phép biến đổi Hilbert có thể được sử dụng để nghiên cứu một chuỗi tín hiệu dưới dạng hàm suy rộng thời gian - tần số. Nhưng thật không may mắn, phạm vi áp dụng phép biến đổi Hilbert thường rất ngặt nghèo, nó đòi hỏi đặc tính của $x(t)$ phải là giải hẹp theo thời gian t . Điều kiện này thường không thỏa mãn khi trong thực tế kỹ thuật, các chuỗi tín hiệu - thời gian thường không dừng và giải rộng. Thí dụ giả thiết rằng, có tín hiệu $x(t) = \cos(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)$, phép biến đổi Hilbert sẽ tạo ra một tần số tức thời trung bình thay cho các tần số ω_1 và ω_2 và bản chất tín hiệu đã bị thay đổi.

2.2 EMD và IMF

Để khắc phục vấn đề này, Huang và đồng nghiệp [3] đã đề nghị phương pháp phân tích kinh nghiệm EMD để tách các IMF's từ một tín hiệu theo thời gian, mà mỗi IMF chứa chỉ một dạng dao động đơn giản (*một tín hiệu dải hẹp tại thời điểm đang xét*).

Một thuật toán EMD đã được đề nghị để tạo ra các IMF's một cách đơn giản, được gọi là *quá trình sàng lọc (Sifting Process)*. Có 3 giả thiết đối với EMD: (i) Tín hiệu cần có ít nhất hai cực trị - một cực tiểu và một cực đại; (ii) khoảng thời gian giữa các cực trị (*time scale*) phải xác định được đặc trưng của chuỗi thời gian và (iii) nếu dữ liệu không có cực trị nhưng bao gồm chỉ duy nhất các điểm uốn, thì có thể lấy đạo hàm để tìm ra cực trị.

Khi đã xác định được các điểm cực trị, các điểm cực đại được nối với nhau bởi một đường cong bậc ba và sẽ xác định được một đường bao trên; tương tự từ các điểm cực tiểu cũng xác định được một đường bao dưới. Đường bao trên và đường bao dưới sẽ chứa tất cả các điểm dữ liệu

của chuỗi thời gian. Giá trị trung bình của các đường bao trên và đường bao dưới, $m_1(t)$ được trừ đi từ tín hiệu nguyên thủy để nhận được thành phần thứ nhất $h_1(t)$ của quá trình sàng lọc này:

$$h_1(t) = x(t) - m_1(t) \quad (6)$$

Nếu $h_1(t)$ là một IMF, quá trình sàng lọc sẽ được dừng lại. Hai điều kiện để kiểm tra xem $h_1(t)$ có phải là một IMF là: (i) Số điểm về không cần phải bằng số của cực trị hoặc không khác quá số cực trị là 1; (ii) $h_1(t)$ có tính đối xứng giữa đường bao trên và đường bao dưới qua trục zero.

Nói cách khác, quá trình sàng lọc cần được lặp lại để lọc tín hiệu $h_1(t)$ thành một IMF. Tương tự, $h_1(t)$ được sàng lọc để nhận được thành phần sàng lọc thứ nhất $h_{11}(t)$.

$$h_{11}(t) = x(t) - m_{11}(t) \quad (7)$$

trong đó $m_{11}(t)$ là giá trị trung bình của đường bao trên và đường bao dưới của $h_1(t)$. Quá trình này được tiếp tục cho đến khi $h_{1k}(t)$ là một IMF. Hàm $h_{1k}(t)$ được ký hiệu là thành phần thứ nhất $c_1(t) = h_{1k}(t)$. Người ta thường sử dụng độ lệch chuẩn để làm tiêu chuẩn kiểm tra quá trình sàng lọc:

$$SD = \sum_{i=1}^n \frac{|h_{1,k-1}(t) - h_{1,k}(t)|^2}{h_{1,k-1}^2(t)} < \varepsilon \quad (8)$$

trong đó ε thường lấy từ 0,2 đến 0,3 [3]. Để đẩy nhanh quá trình sàng lọc, người ta cũng thường sử dụng tiêu chuẩn kiểm tra:

$$SD = \frac{\sum_{i=1}^n |h_{1,k-1}(t) - h_{1,k}(t)|^2}{\sum_{i=1}^n h_{1,k-1}^2(t)} < \varepsilon \quad (9)$$

Tiêu chuẩn kiểm tra quá trình sàng lọc được tính toán để đảm bảo nhận được các IMF's đảm bảo được ý nghĩa vật lý đầy đủ của nó. Thành phần thứ nhất $c_1(t)$ chứa những nội dung chính xác nhất, hoặc thông tin về tần số cao nhất tại mỗi điểm thời gian. Phần dư sau quá trình sàng lọc đầu tiên là:

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t) \quad (10)$$

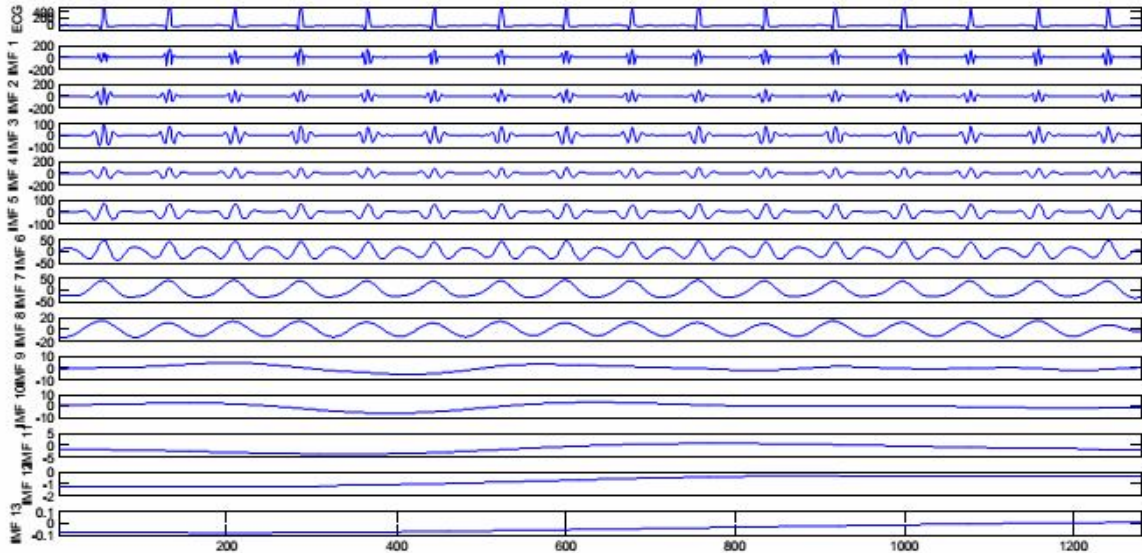
Sau đó $r_1(t)$ được sử dụng để thay thế tín hiệu

chưa xử lý $x(t)$ và quá trình sàng lọc tiếp tục để tạo ra các IMF khác. Quá trình sàng lọc có thể dừng theo yêu cầu của quá trình vật lý. Tuy nhiên, có những tiêu chuẩn chung, ví dụ tổng bình phương của phần dư nhỏ hơn một giá trị cho trước hoặc phần dư trở thành một hàm đơn điệu. Phần dư sau quá trình sàng lọc n thành

phần được cho bởi:

$$r_1(t) = x(t) - \sum_{i=1}^n c_i(t) \quad (11)$$

Như vậy mỗi $c_i(t)$ trong công thức (11) chính là một IMF, là kết quả của quá trình sàng lọc hoàn toàn thỏa mãn các yêu cầu của phép biến đổi Hilbert.



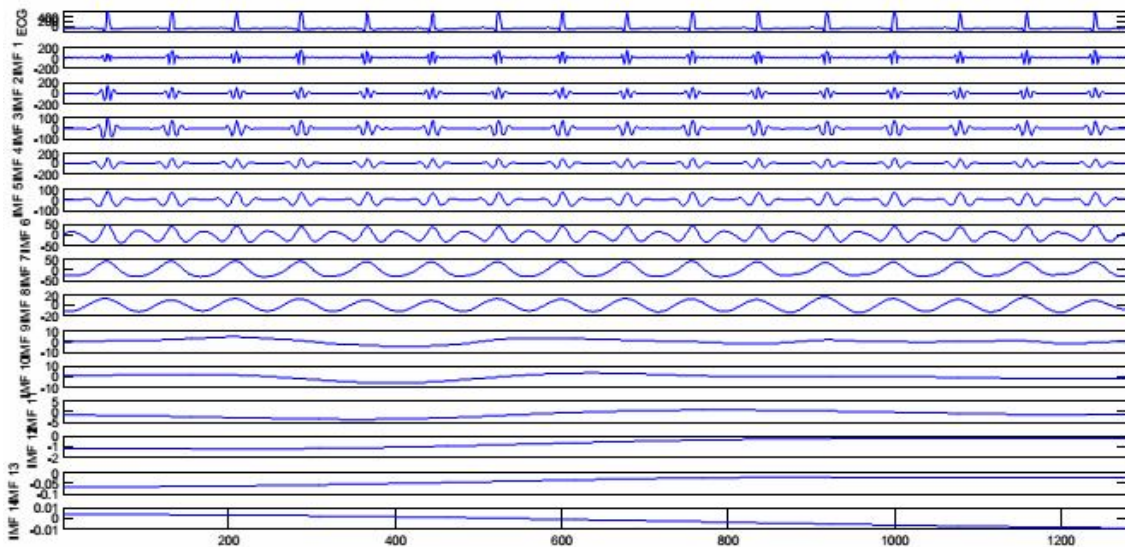
Hình 1. Tín hiệu ECG được phân tích thành các IMF's theo EMD

2.3 Sự gián đoạn của tín hiệu dao động (Intermittence) và EEMD

Tín hiệu dao động luôn luôn bị ảnh hưởng của nhiễu và phần lớn có tính không ổn định, đây là một nguyên nhân gây ra sự gián đoạn của dữ liệu trong các scale thời gian. Sự gián đoạn là nguyên nhân gây ra hiện tượng trộn lẫn dao động (*mode mixing/scale mixing*), nghĩa là trong một IMF tồn tại các kiểu dao động khác nhau, hay cùng một kiểu dao động mà tồn tại trong hai IMF và hậu quả của nó là hiện tượng méo tín hiệu (*aliasing*) và mất đi trị trung bình vật lý của tín hiệu, ảnh hưởng đến kết quả khi áp dụng HT.

Huang và đồng nghiệp [3] đã giải quyết hiện tượng trên bằng cách giới hạn kích thước của các *scale*, về thực chất là xem xét khoảng cách giới hạn của các cực đại liên tiếp trong một IMF để sao cho IMF chỉ kết hợp các sóng mà khoảng cách của các cực đại liên tiếp nằm trong giới hạn cho phép của chúng. Ngoài ra cũng tiến hành tương tự đối với chiều dài của các zero-crossings để hạn chế ảnh hưởng của vấn đề gián đoạn trong tín hiệu.

EEMD được giới thiệu nhằm nâng cao hiệu quả của EMD để tránh hiện tượng chồng phổ [5]. Phương pháp này thực hiện quá trình lựa chọn trên một quần thể các tín hiệu chứa nhiễu, được tạo ra từ tín hiệu ban đầu cộng với chuỗi nhiễu trắng (hay nhiễu Gaussian) với các hệ số khác nhau, mỗi IMF của tín hiệu gốc được xác định chính là trị trung bình của quần thể các lần thử, trong đó có chứa tín hiệu cộng với nhiễu trắng với biên độ hữu hạn nhưng không phải là vi phân. Với EEMD có thể tách hoàn toàn các scale của tín hiệu một cách tự nhiên mà không cần bất kỳ chuẩn lựa chọn chủ quan trước đó. Quá trình EEMD gồm các bước: (i) Khởi tạo tín hiệu mới bằng cách cộng một chuỗi nhiễu trắng Gaussian; (ii) phân tích quần thể dữ liệu đã cộng nhiễu thành các IMF's dựa trên EMD; (iii) lặp lại bước (i) và (ii) nhưng với dãy nhiễu trắng khác trong mỗi lần, và sự lặp này phải đủ lớn để các thành phần nhiễu có thể loại bỏ lẫn nhau sau khi lấy trung bình của các IMF's tương ứng. Về thực chất EEMD là một bộ lọc tín hiệu [5].



Hình 2. Tín hiệu ECG được phân tích thành các IMF's theo EEMD

Các công trình nghiên cứu hiện nay [5] đã chứng tỏ, EEMD là một phương pháp thích hợp để xử lý các tín hiệu dao động không dừng và phi tuyến rất thường gặp trong chẩn đoán đánh giá công trình, nhất là các kết cấu dưới của công trình cầu.

2.4 Phổ Hilbert danh định (NHS) và phổ Hilbert giới hạn (MHS)

Áp dụng biến đổi Hilbert với mỗi IMF $c_i(t)$ nhận được (11), sẽ nhận được:

$$H[c_i(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (12)$$

Từ (2) và (12), sẽ nhận được một tín hiệu dạng giải tích:

$$z_i(t) = c_i(t) + jH[c_i(t)] = a_i(t)e^{j\Phi_i(t)} \quad (13)$$

Trong đó:

$$a_i(t) = \sqrt{c_i^2(t) + H^2[c_i(t)]} \quad (14)$$

$$\Phi_i(t) = \arctan \frac{H[c_i(t)]}{c_i(t)} \quad (15)$$

Từ (15) nhận được tần số tức thời của IMF tại thời điểm t .

$$\omega_i(t) = \frac{d\Phi_i(t)}{dt} \quad (16)$$

Sau khi thực hiện biến đổi Hilbert cho mỗi IMF, tín hiệu ban đầu được biểu diễn bởi phần thực của biến đổi Hilbert:

$$x(t) = RP \sum_{i=1}^n a_i(t)e^{j\Phi_i(t)} = RP \sum_{i=1}^n a_i(t)e^{jj\omega_i(t)dt} \quad (17)$$

Trong (17) chứa cả biên độ và tần số của mỗi IMF như các hàm của thời gian t . Mỗi quan hệ giữa tần số - thời gian của biên độ được gọi là phổ Hilbert danh định (NHS) của tín hiệu:

$$H(\omega, t) = RP \sum_{i=1}^n a_i(t)e^{jj\omega_i(t)dt} \quad (18)$$

Phổ Hilbert giới hạn (MHS) của tín hiệu, được định nghĩa như sau:

$$h(\omega, t) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (19)$$

Trong (19), T là tổng thời gian của tín hiệu. Như vậy về ý nghĩa có thể thấy, NHS đưa ra một độ đo về sự đóng góp trong biên độ của mỗi tần số theo thời gian, còn MHS là một phổ tần số đưa ra một độ đo về sự đóng góp của mỗi tần số trong tổng biên độ của tín hiệu đang xét.

Từ (15), xác định được hàm pha tổng của tín hiệu đang xem xét:

$$\Phi(t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(t) = \sum_{i=1}^n \arctan \frac{H[c_i(t)]}{c_i(t)} \quad (20)$$

$\Phi(t)$ là tổng số vòng quay của tín hiệu $x(t)$ trong mặt phẳng phức. Đối với một kết cấu, nó là một công cụ để trích xuất và biểu diễn pha tức thời của các sóng nội tại di chuyển trong kết cấu của bất kỳ thông số động lực học nào có thể đo đạc được của kết cấu. Đây là một thông số quan trọng để phát hiện hư hỏng trong kết cấu.

3. Áp dụng HHT để chẩn đoán hư hỏng trong kết cấu dưới của công trình cầu

3.1 Một số luận cứ và phạm vi áp dụng HHT trong chẩn đoán hư hỏng kết cấu xây dựng

Như đã trình bày ở trên, biến đổi Hilbert-Huang là một kỹ thuật biến đổi phi tuyến có nhiều ưu điểm và rất thích hợp với xử lý các tín hiệu phi tuyến và không dừng. Các luận cứ của việc áp dụng HHT trong chẩn đoán kết cấu xây dựng đã được thảo luận trong nhiều nghiên cứu [1, 4, 6, 7]. Có thể tóm tắt ngắn gọn như sau: Ứng xử (tĩnh học và động học) của bất kỳ một kết cấu xây dựng nào khi chịu tác động của tải trọng thiết kế sẽ là tuyến tính và đàn hồi. Khi kết cấu bị hư hỏng thì độ bền của nó bị giảm xuống, và khi chịu tác động của các tải trọng, thậm chí còn nhỏ hơn tải trọng thiết kế, thì ứng xử của kết cấu sẽ xuất hiện tính phi tuyến. Sự phi tuyến của ứng xử của kết cấu có thể là hệ quả của các biến dạng không đàn hồi của vật liệu hoặc có thể là do sự thay đổi độ cứng của kết cấu do bị hư hỏng. Dao động đo được trên kết cấu gây ra bởi một kích động cho trước cần được tách ra thành những tần số riêng phần như tần số của lực kích động, tần số dao động tự nhiên của toàn bộ kết cấu hoặc của các kết cấu cục bộ, hoặc cả hai và các tần số nhiễu... để xem xét trong miền thời gian. Do HHT là công cụ duy nhất (cho đến hiện nay) có thể phân tích các tín hiệu phi tuyến và không dừng, nên sử dụng HHT có thể xác định được những thay đổi của các đặc tính dao động đo được trên kết cấu theo miền thời gian, qua đó xác định được vị trí và mức độ của hư hỏng.

Theo luận cứ trên, một phương pháp khả thi để phát hiện vị trí và mức độ hư hỏng của cầu là sử dụng tải trọng tức thời di động qua cầu, ghi nhận và sử dụng HHT để xử lý các tín hiệu dao động ghi nhận được. Khi tải trọng này tác động trực tiếp lên các điểm hư hỏng thì ứng xử động học của cầu sẽ thay đổi mạnh nhất [1, 4].

3.2 Đề xuất trình tự tiến hành

Dựa trên các nghiên cứu về HHT trong đánh giá kết cấu, trong [1] đã đề xuất trình tự tiến hành đối với kết cấu dưới của công trình cầu trước và sau khi có lũ, có thể tóm tắt như sau:

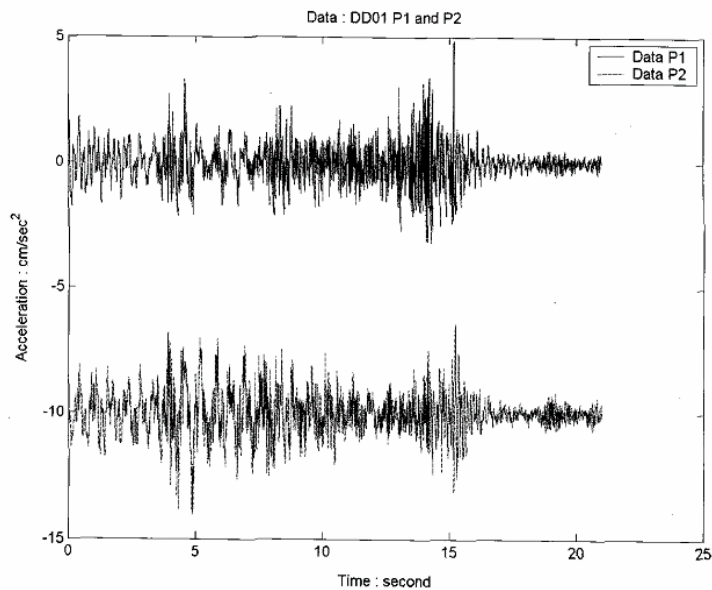
- ❖ Trước mùa lũ, tiến hành thu thập các thông tin, các kết quả thí nghiệm, đo đạc, thử tải đã tiến hành để xác định các đặc

trung dao động (có thể là các tần số dao động riêng) được xem như một mốc so sánh của kết cấu cần chẩn đoán.

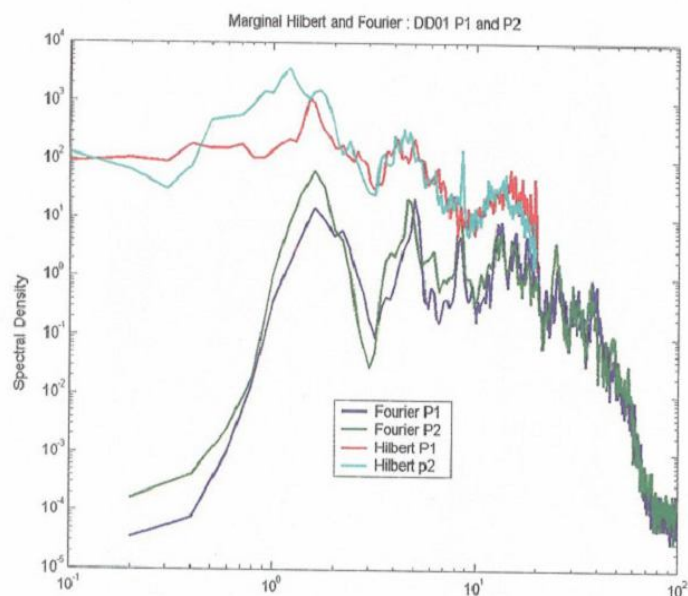
- ❖ Sau mùa lũ, tiến hành đo và thu nhận tín hiệu dao động của kết cấu cần chẩn đoán dưới tác dụng của các loại xe có tải trọng khác nhau.
- ❖ Sử dụng EEMD để phân tích các dao động nhận được khi đo dao động thành các IMF's.
- ❖ Tiến hành tính tần số tức thời, pha tức thời và các đặc trưng phổ Hilbert (NHS và MHS) của các hàm IMF's.
- ❖ Đánh giá sự thay đổi của các sóng nội tại qua các pha tức thời nhận được để tìm sự thay đổi phi tuyến của dao động qua đó nhận được dấu hiệu hư hỏng của kết cấu.
- ❖ Nếu cầu có nhiều trụ, so sánh phổ Hilbert giới hạn (MHS) của các IMF của các trụ khác nhau dưới cùng một tải trọng xe chạy qua để đánh giá độ suy giảm của MHS và tìm ra các trụ có sự suy giảm độ cứng.
- ❖ Nếu cầu có một trụ, so sánh MHS của các IMF's của trụ dưới các tải trọng xe chạy qua khác nhau để tìm mức độ và sự thay đổi phi tuyến của dao động dưới mỗi loại tải trọng qua đó đánh giá độ suy giảm độ cứng của trụ.
- ❖ Tính toán tỷ số tần số trước và sau khi lũ và dựa vào các tiêu chí đánh giá để xác định kết cấu dưới còn an toàn hoặc đã bị suy giảm.
- ❖ Nếu kết cấu không an toàn, cần tiến hành các bài toán nhận dạng hoặc các phương pháp trình bày trong [1] để chẩn đoán các thông số độ cứng của kết cấu.

3.3 Một ví dụ thực tế

Khảo sát một cầu có 2 làn xe, dầm BTCT với sơ đồ 3 nhịp giản đơn. Sử dụng đầu đo gia tốc theo 3 phương để đo dao động trụ P1 và P2 khi có xe tải nặng qua cầu. Kết quả đo thể hiện trên hình 3. Dữ liệu này không chỉ ra được bất kỳ sự khác biệt lớn nào giữa hai trụ khi chưa xử lý. Qua phân tích HHT và FFT, nhận thấy sự khác nhau khá lớn giữa HHT và FFT như trên hình 4.



Hình 3. Gia tốc đo của trụ P1 và P2



Hình 4. Kết quả xử lý FFT và HHT

Kết quả của FFT không thể hiện rõ sự khác nhau về dao động của hai trụ, FFT chỉ cho thấy có sự thay đổi nhỏ về biên độ, nhưng không thể đưa ra được nhận xét gì với sự thay đổi biên độ này. Trong khi đó kết quả của HHT, MHS lại chỉ ra được sự thay đổi mạnh về độ cứng của hai trụ. Điểm nhọn tần số của trụ P2 là 1,2 Hz và của trụ P1 là 1,6 Hz cho thấy một sự suy giảm rõ ràng của tần số và là dấu hiệu giảm độ cứng rõ ràng của kết cấu trụ P2. Vì tần số tỉ lệ với căn bậc hai của độ cứng kết cấu, nên tỉ số 1,6/1,2 chứng tỏ rằng độ cứng trụ P2 đã giảm khoảng 50%. Kiểm tra trực tiếp thấy rằng trụ P2 bị xói khá nhiều sau trận lũ lớn.

4. Kết luận và kiến nghị

Qua những kết quả trình bày ở trên có thể rút ra một số kết luận và kiến nghị như sau:

- ❖ Biến đổi Hilbert-Huang là một phương pháp biến đổi có nhiều ưu điểm: Có thuật toán đơn giản, là phương pháp thích nghi dựa trên đặc tính nội tại của dữ liệu/tín hiệu và rất hiệu quả để các xử lý các dữ liệu/tín hiệu phi tuyến, không dừng, dải rộng và bị ảnh hưởng bởi nhiễu.
- ❖ Đối với công trình nói chung, công trình cầu và kết cấu dưới của nó nói riêng, các tín hiệu dao động ghi nhận về ứng xử động của

chúng thường là các tín hiệu phi tuyến, không dừng, dải rộng và bị ảnh hưởng khá lớn bởi nhiễu. Việc xử lý các tín hiệu này theo các biến đổi cũ (như FFT, WT, HT...) không mang lại các kết quả mong muốn. Những kết quả nghiên cứu đã thực hiện ở Hoa Kỳ, Việt Nam cho thấy HHT là một công cụ thích hợp để chẩn đoán các hư hỏng trong kết cấu dưới của công trình cầu và cần được tiếp tục nghiên cứu để hoàn thiện.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Bùi Đức Chính (2010), *Nghiên cứu áp dụng công nghệ và thiết bị mới trong kiểm tra, đánh giá và sửa chữa kết cấu dưới của các công trình cầu ở Việt Nam*, Đề tài KH và CN trọng điểm cấp Bộ 2009-2010, Hà Nội, 2010.
- [2]. Cohen L. (1995), *Time-Frequency Analysis : Theory and Applications*, Prentice Hall, Inc., Upper saddle River, NJ, 1995.
- [3]. Huang N. E. et al (1998), "The Empirical Mode Decomposition Method and the Hilbert Spectrum for Non-linear and Non-stationary Time Series Analysis", *Proc. R. Soc. Lond*, 454, pp. 903-995, 1998.
- [4]. Larry D. and Olson P. E. (2005), *Dynamic Bridge Substructure Evaluation and Monitoring*, Pub. No. FHWA-RD-03-089, September 2005.
- [5]. Wu Z. and Huang N. E. (2009), "Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method", *The Advances in Adaptive Data Analysis*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-41.
- [6]. Yang J. N., Lei Y., Pan S. W., and Huang N.E. (2003), "System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis; Part I: Normal modes", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 32 (10), pp. 1443-1467.
- [7]. Yang J. N., Lei Y., Pan S. W., and Huang N.E. (2003), "System Identification of Linear Structures based on Hilbert-Huang Spectral Analysis. Part II: Complex Modes", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 32 (10), pp. 1533-1554.

Ngày nhận bài: 13/02/2016.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 26/02/2016.