

TÍNH XOẮN DẦM THÉP CHỮ H BẰNG BIỂU ĐỒ THEO QUY PHẠM MỸ AISC

PGS. TS. **VŨ QUỐC ANH**, ThS. **VŨ QUANG DUÂN**
 Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội

Tóm tắt: Bài báo trình bày phương pháp tính xoắn dầm thép tiết diện chữ H theo tiêu chuẩn AISC bằng cách dùng biểu đồ. Biểu đồ này được lập trên cơ sở lý thuyết tính xoắn kiểm chế. Việc tính bằng biểu đồ không cần dùng các phần mềm chuyên dụng nên rất thuận tiện cho các kỹ sư thiết kế kết cấu. Trình tự tính toán bằng biểu đồ được minh họa bằng một ví dụ.

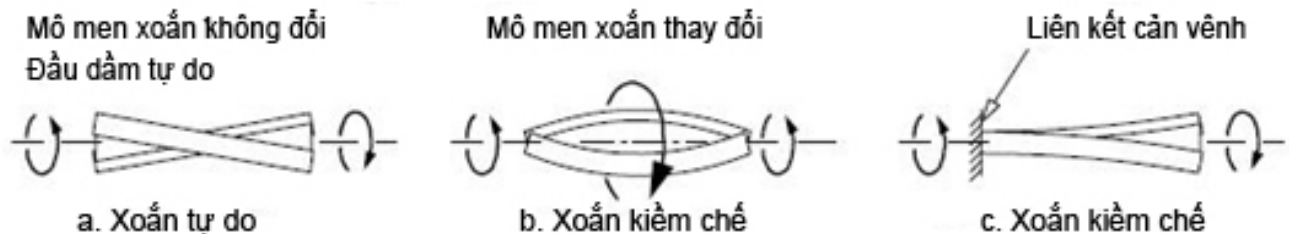
1. Đặt vấn đề

Hiện nay, các tài liệu về kết cấu thép trong nước chưa trình bày phương pháp tính dầm thép chịu xoắn. Trong nhiều trường hợp, ảnh hưởng của xoắn là

đáng kể và gây nguy hiểm cho kết cấu. Khi thiết kế, các kỹ sư thường bỏ qua hoặc đơn giản hóa tính toán xoắn. Do đó hồ sơ thiết kế không phản ánh đúng sự làm việc của kết cấu, dẫn đến mất an toàn cho kết cấu. Khi không có các phần mềm chuyên dụng, để thuận tiện cho các kỹ sư thiết kế khi thực hành tính toán, tiêu chuẩn AISC đã xây dựng sẵn các biểu đồ để tính toán dầm chịu xoắn. Dưới đây trình bày cơ sở lập biểu đồ, trình tự tính toán cấu kiện và ví dụ minh họa cách tính theo biểu đồ.

2. Cơ sở lập biểu đồ

2.1 Các công thức



Hình 1. Thanh chịu xoắn

❖ Khi chịu mô men xoắn tập trung (hình 2a):

Mặt cắt ngang bị xoay quanh trục thanh một góc θ kèm theo hiện tượng vênh. Đó là hiện tượng mặt cắt ngang không còn phẳng. Nếu hiện tượng vênh không bị cản trở, ta gọi là xoắn tự do (hình 1a), phương trình cân bằng trên tiết diện thanh có dạng:

$$T = GJ\theta' \quad (1)$$

Khi hiện tượng vênh bị ngăn cản sẽ xuất hiện uốn dọc. Uốn dọc sẽ sinh ra ứng suất tiếp để chống lại mô men xoắn bên ngoài. Khi đó ta gọi là xoắn kiểm chế (hình 1b). Phương trình cân bằng sẽ là:

$$T = -EC_{\omega}\theta''' \quad (2)$$

Trong trường hợp tổng quát:

$$T = GJ\theta' - EC_{\omega}\theta''' \quad (3)$$

Đặt $a^2 = EC_{\omega}/GJ$, phương trình trên được viết lại:

$$\frac{\theta'}{a^2} - \theta''' = \frac{T}{EC_{\omega}} \quad (4)$$

Nghiệm của phương trình có dạng:

$$\theta = A + B\cosh\frac{z}{a} + C\sinh\frac{z}{a} + \frac{Tz}{GJ} \quad (5)$$

❖ Khi chịu mô men xoắn t phân bố đều theo chiều dài (hình 2.b), phương trình cân bằng phân tố:

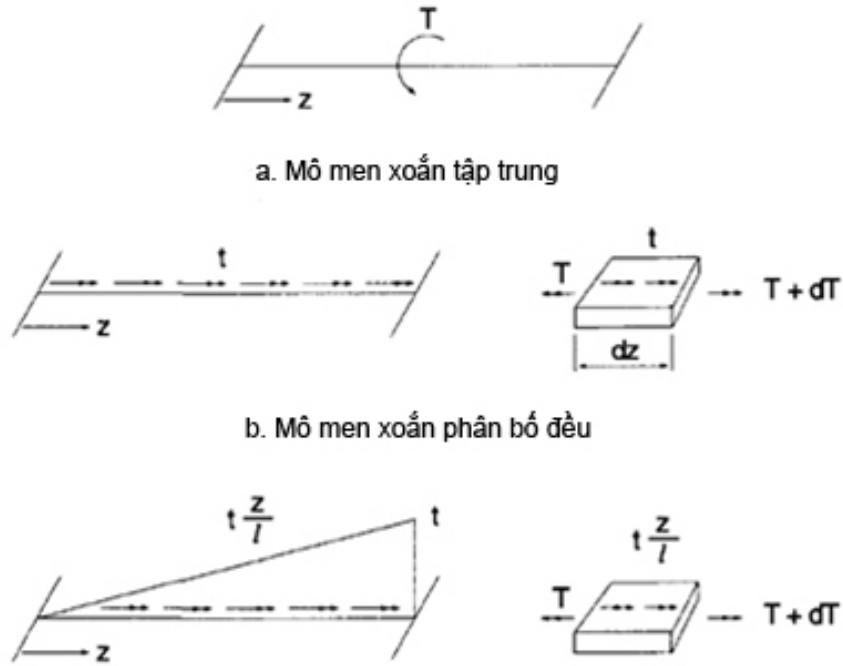
$$T + dT + tdz - T = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dz} = -t \quad (6)$$

Công thức (3) được thay bằng:

$$t = EC_{\omega}\theta'''' - GJ\theta'' \quad (7)$$

Nghiệm có dạng:

$$\theta = A + Bz + C\cosh\frac{z}{a} + D\sinh\frac{z}{a} - \frac{tz^2}{2.G.J} \quad (8)$$



Hình 2. Các dạng mô men xoắn

❖ Với thanh chịu mô men xoắn thay đổi tuyến tính (hình 2c), giá trị lớn nhất là t , phương trình cân bằng phân tố:

$$T + dT + \frac{tz}{l} dz - T = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dz} = -\frac{tz}{l} \quad (9)$$

Công thức (3) được thay bằng:

$$\frac{tz}{l} = EC_{\omega} \theta''' - GJ \theta'' \quad (10)$$

Nghiệm có dạng:

$$\theta = A + Bz + C \cosh \frac{z}{a} + D \sinh \frac{z}{a} - \frac{tz^2}{6.G.J.l} \quad (11)$$

Trong các công thức trên:

- E - mô đun đàn hồi của thép;
- G - mô đun đàn hồi trượt của thép;
- J - hằng số xoắn của mặt cắt ngang;
- C_{ω} - hằng số vênh của mặt cắt ngang;

T - mô men xoắn tập trung;

t - mô men xoắn phân bố đều;

l - chiều dài thanh;

z - tọa độ thanh theo chiều dài;

θ - góc xoắn;

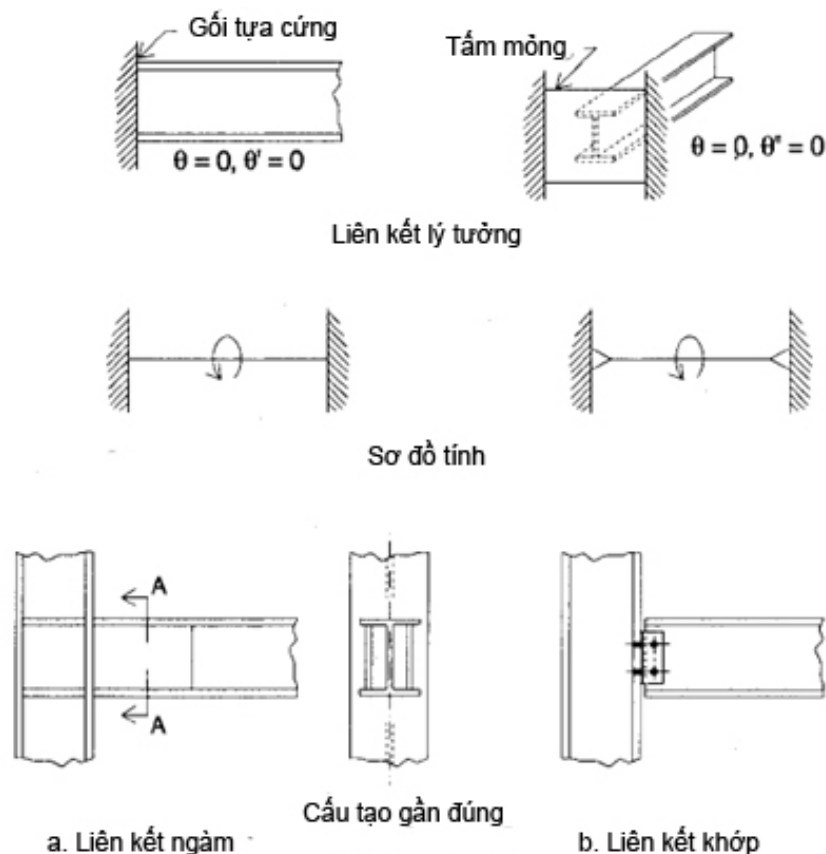
$\theta', \theta'', \theta''', \theta''''$ - các đạo hàm của góc xoắn theo biến z;

A, B, C, D - các hằng số xác định theo các điều kiện biên.

Trong mọi trường hợp, điều kiện biên là $\theta_{lef} = \theta_{right}, \theta'_{lef} = \theta'_{right}, \theta''_{lef} = \theta''_{right}$. Một số điều kiện biên riêng được trình bày trong bảng 1. Ngoài ra, hình 3 còn minh họa một số cấu tạo hai đầu thanh gần đúng theo điều kiện biên lý tưởng.

Bảng 1. Điều kiện biên riêng của dầm chịu xoắn

Điều kiện vật lý	Điều kiện liên kết	Điều kiện toán học
Không xoay	Ngàm hoặc khớp	$\theta = 0$
Mặt cắt ngang không vênh	Ngàm	$\theta' = 0$
Mặt cắt ngang vênh tự do	Khớp hoặc tự do	$\theta'' = 0$



Hình 3. Điều kiện biên

Sau khi thay các điều kiện biên vào các công thức (5), (8) và (11) ta xác định được các hằng số A, B, C, D. Cuối cùng ta có các biểu thức tính góc xoắn theo chiều dài thanh. Trường hợp đơn giản nhất là dầm có hai đầu tự do và chịu mô men xoắn tập trung T, góc xoắn được tính theo công thức $\theta = \frac{Tz}{GJ}$. Các trường

hợp khác, công thức tính góc xoắn được trình bày trong mục C.4 của [1]. Lấy đạo hàm góc xoắn θ theo z ta được các công thức tính $\theta', \theta'', \theta''', \theta''''$.

Để tính góc xoắn và các đạo hàm, có thể dùng các cách sau:

- Tính trực tiếp bằng cách thay số vào các biểu thức xác định $\theta, \theta', \theta'', \theta''', \theta''''$. Cách tính này có khối lượng tính toán lớn, mất nhiều thời gian và dễ sai sót;
- Lập các bảng tính hoặc chương trình tính bằng máy tính điện tử. Cách tính này đòi hỏi người tính phải có hiểu biết nhất định về lý thuyết xoắn, phải có máy tính hỗ trợ;
- Dùng biểu đồ lập sẵn. Các này khắc phục được các nhược điểm của hai cách trên. Vì vậy, tài liệu [1] trình bày tính toán theo cách này và đây cũng là cách tính được trình bày trong bài báo;

Các biểu đồ được trình bày trong phụ lục B tài liệu [1].

2.2 Xác định các ứng suất

Đối với tiết diện chữ H, biểu đồ ứng suất do xoắn gây ra được minh họa bằng hình 4, giá trị ứng suất được tính theo các công thức dưới đây.

Ứng suất tiếp lớn nhất do xoắn thuần túy:

$$\tau_t = G \cdot t \cdot \theta' \tag{12}$$

Ứng suất tiếp lớn nhất do vênh:

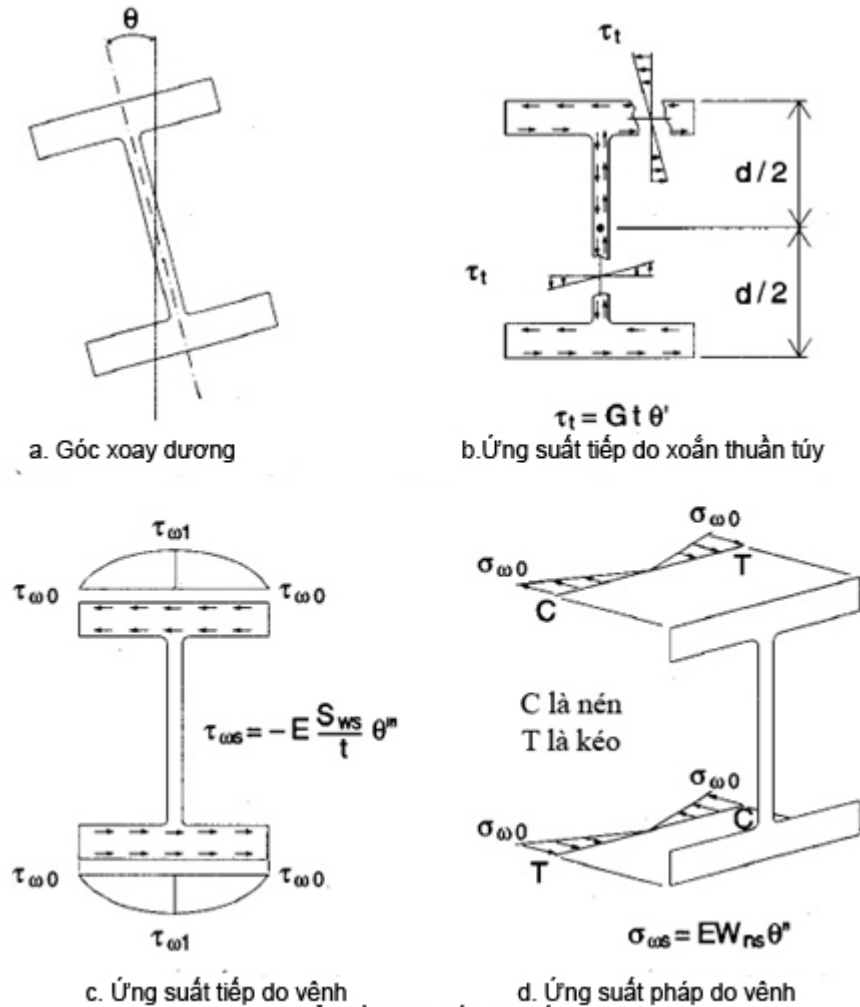
$$\tau_{\omega s} = \frac{-E S_{\omega s} \cdot \theta'''}{t} \tag{13}$$

Ứng suất pháp lớn nhất do vênh:

$$\sigma_{\omega s} = -E W_{ns} \cdot \theta'' \tag{14}$$

trong đó:

- t - chiều dày bản cánh hoặc bản bụng;
- $S_{\omega s}$ - mô men tĩnh vênh;
- W_{ns} - hằng số vênh ở điểm đang xét.



Hình 4. Biểu đồ ứng suất trên tiết diện chữ I

2.3 Tổ hợp ứng suất

Để xác định ứng suất tổng, ứng suất do xoắn được cộng đại số với các ứng suất khác theo nguyên lý cộng tác dụng:

$$f_n = \sigma_a \pm (\sigma_{bx} + \sigma_{by} + \sigma_\omega) \tag{15}$$

$$f_v = \tau_{bx} + \tau_{by} + \tau_t + \tau_\omega \tag{16}$$

trong đó:

- σ_a - ứng suất pháp do lực dọc gây ra;
- σ_{bx} - ứng suất pháp do mô men uốn theo phương x gây ra;
- σ_{by} - ứng suất pháp do mô men uốn theo phương y gây ra;
- σ_ω - ứng suất pháp do mô men xoắn kiềm chế gây ra;
- τ_{bx} - ứng suất tiếp do lực cắt theo phương x gây ra;

- τ_{by} - ứng suất tiếp do lực cắt theo phương y gây ra;
- τ_t - ứng suất tiếp do mô men xoắn thuần túy gây ra;
- τ_ω - ứng suất tiếp do mô men xoắn kiềm chế gây ra.

2.4 Kiểm tra bền theo trạng thái giới hạn

Điều kiện kiểm tra đối với trạng thái giới hạn về chảy dẻo do ứng suất pháp:

$$f_{un} \leq \varphi F_y \tag{17}$$

Điều kiện kiểm tra đối với trạng thái giới hạn về chảy dẻo do ứng suất tiếp:

$$f_{uv} \leq \varphi 0,6 F_y \tag{18}$$

Điều kiện kiểm tra đối với trạng thái giới hạn về ổn định:

$$f_{un} \leq \varphi_c F_{cr} \text{ hoặc } f_{uv} \leq \varphi_c F_{cr} \tag{19}$$

Khi không xác định được nguyên nhân một cách rõ ràng thì điều kiện kiểm tra trạng thái giới hạn về chảy

QUY CHUẨN - TIÊU CHUẨN

dẻo do ứng suất pháp (17) và do ổn định (19) được viết dưới dạng tổng hợp. Nếu hiệu ứng P - delta đã được xét đến trong ứng suất pháp thì điều kiện kiểm tra tổng hợp là:

$$\frac{\sigma_a}{0,85F_{cr}} \pm \frac{\sigma_{bx}}{\left(1 - \frac{P_u}{P_{ex}}\right)\phi_b F_{cr}} \pm \frac{\sigma_{by}}{\left(1 - \frac{P_u}{P_{ey}}\right)0,9F_y} \pm \frac{\sigma_\omega}{\left(1 - \frac{P_u}{P_{ey}}\right)0,9F_y} \leq 1 \quad (21)$$

trong đó:

- F_y - giới hạn chảy của vật liệu thép;
- F_{cr} - ứng suất tới hạn về ổn định;
- $\phi = 0,9$ - hệ số tải trọng về chảy dẻo;
- $\phi_c = 0,85$ - hệ số tải trọng về ổn định;
- ϕ_b - hệ số tải trọng về uốn;
- P_u - lực dọc tác dụng lên cấu kiện;
- P_{ex} - lực tới hạn đàn hồi Euler theo phương x;
- P_{ey} - lực tới hạn đàn hồi Euler theo phương y.

3. Trình tự tính toán

Bước 1: Xác định các đặc trưng hình học uốn và xoắn.

Bước 2: Xác định các ứng suất do uốn và cắt.

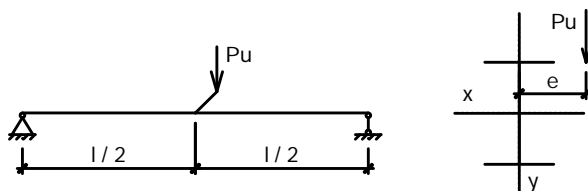
Bước 3: Xác định các ứng suất do xoắn theo biểu đồ.

Bước 4: Tính các ứng suất tổng nếu cần.

Bước 5: Tính góc xoắn.

Bước 6: Kiểm tra bền.

4. Ví dụ minh họa



Hình 5. Sơ đồ dầm trong ví dụ

Đề bài:

Kiểm tra bền và xác định góc xoắn lớn nhất của một dầm chịu lực như hình 5. Biết: Dầm có tiết diện H500x300x10x20, được làm từ thép CCT34, $E = 2,1 \cdot 10^6$ daN/cm²; $G = 81 \cdot 10^4$ daN/cm², $P_u = 50$ kN; $e = 200$ mm.

$$\frac{\sigma_a}{0,85F_{cr}} \pm \frac{\sigma_{bx}}{\phi_b F_{cr}} \pm \frac{\sigma_{by}}{0,9F_y} \pm \frac{\sigma_\omega}{0,9F_y} \leq 1 \quad (20)$$

Nếu hiệu ứng P - delta chưa được xét đến trong ứng suất pháp thì điều kiện kiểm tra tổng hợp là:

Lời giải:

Bước 1: Xác định các đặc trưng hình học uốn và xoắn

$$I_x = \frac{1.46^3}{12} + 2 \left(\frac{30.2^3}{12} + 2.30.24^2 \right) = 77271 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{46.1^3}{12} + 2 \frac{2.30^3}{12} = 9004 \text{ cm}^4$$

$$S_x = \frac{77271.2}{48} = 3220 \text{ cm}^3$$

$$J = \sum \frac{b \cdot t^3}{3} = 2 \cdot \frac{30.2^3}{3} + \frac{46.1^3}{3} = 175,3 \text{ cm}^3$$

$$Q_f = \frac{2.30.48}{2} = 1440 \text{ cm}^3$$

$$Q_w = \frac{2.30.48}{2} + \frac{1.23.23}{2} = 1704,5 \text{ cm}^3$$

$$C_\omega = \frac{I_y \cdot h^2}{4} = \frac{9004.48^2}{4} = 5186304 \text{ cm}^6$$

$$a = \sqrt{\frac{E \cdot C_\omega}{G \cdot J}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 5186304}{81 \cdot 10^4 \cdot 175,3}} = \sqrt{76701} = 277$$

$$W_{no} = \frac{h \cdot b}{4} = \frac{48.30}{4} = 360$$

$$S_\omega = \frac{W_{no} \cdot b \cdot t_f}{4} = \frac{h \cdot b^2 \cdot t_f}{16} = \frac{48.30^2 \cdot 2}{16} = 5400$$

Bước 2: Xác định các ứng suất do uốn và cắt

$$M_u = P_u \cdot l/4 = 50.4/4 = 50 \text{ kNm}$$

$$V_u = P_u \cdot l/2 = 50.4/2 = 100 \text{ kN}$$

$$\sigma_{bx} = \frac{M_u}{S_x} = \frac{50.10^4}{3220} = 155,3 \text{ daN/cm}^2$$

$$\tau_{bw} = \frac{V_u \cdot Q_w}{I_x \cdot t_w} = \frac{100.10^2 \cdot 1704,5}{77271.1} = 220,6$$

$$\tau_{bf} = \frac{V_u \cdot Q_f}{I_x \cdot t_f} = \frac{100.10^2 \cdot 1440}{77271.2} = 93,2$$

Bước 3: Xác định các ứng suất do xoắn theo biểu đồ

$$T_u = P_u \cdot e = 50.0,2 = 10 \text{ kNm}$$

Tra các biểu đồ trong phụ lục B, trường hợp 3 với $\alpha = 0,5$; $l/a = 400/276,9 = 1,44$ ta có các giá trị như dưới đây.

QUY CHUẨN - TIÊU CHUẨN

Ở tiết diện giữa nhịp ($z/l = 0,5$):

$$\theta \cdot \frac{GJ}{T_u} \cdot \frac{1}{l} = 0,0375 \rightarrow \theta = 0,0375 \cdot \frac{T_u \cdot l}{GJ}$$

$$\theta' \cdot \frac{GJ}{T_u} = 0 \rightarrow \theta' = 0$$

$$\theta'' \cdot \frac{GJ}{T_n} \cdot a = -0,3 \rightarrow \theta'' = -0,3 \cdot \frac{T_u}{GJa}$$

$$\theta''' \cdot \frac{GJ}{T_u} \cdot a^2 = -0,5 \rightarrow \theta''' = -0,5 \cdot \frac{T_u}{GJa^2}$$

Ở gối tựa trái ($z/l = 0$): $\theta \cdot \frac{GJ}{T_u} \cdot \frac{1}{L} = 0 \rightarrow \theta = 0$

$$\theta' \cdot \frac{GJ}{T_u} = 0,11 \rightarrow \theta' = 0,11 \cdot \frac{T_u}{GJ}$$

$$\theta'' \cdot \frac{GJ}{T_u} \cdot a = 0 \rightarrow \theta'' = 0$$

$$\theta''' \cdot \frac{GJ}{T_u} \cdot a^2 = -0,39 \rightarrow \theta''' = -0,39 \cdot \frac{T_u}{GJa^2}$$

Chú ý rằng mô men xoắn do ngoại lực theo quy ước có giá trị âm nên:

$$\frac{T_u}{GJ} = \frac{-10 \cdot 10^4}{81 \cdot 10^4 \cdot 175,3} = -7,04 \cdot 10^{-4} \text{ rad/cm}$$

a) Ứng suất do xoắn thuần túy: $\tau_t = G\theta'$

Ở giữa nhịp: $\tau_t = 0$

Ở gối trái, trên bản bụng:

$$\tau_t = 81 \cdot 10^4 \cdot 1,0 \cdot 11 \cdot (-7,04 \cdot 10^{-4}) = -62,7$$

Ở gối trái, trên bản cánh:

$$\tau_t = 81 \cdot 10^4 \cdot 2,0 \cdot 11 \cdot (-7,04 \cdot 10^{-4}) = -125,4$$

b) Ứng suất tiếp do vênh: $\tau_\omega = \frac{-E \cdot S_{w1} \cdot \theta'''}{t_f}$

Ở giữa nhịp:

$$\tau_\omega = \frac{-2,1 \cdot 10^6 \cdot 5400}{2} \cdot (-0,5) \cdot (-7,04) \cdot 10^{-4} / 277^2 = -26,0$$

Ở gối tựa:

$$\tau_\omega = \frac{-2,1 \cdot 10^6 \cdot 5400}{2} \cdot (-0,39) \cdot \frac{-7,04 \cdot 10^{-4}}{277^2} = -20,3$$

c) Ứng suất pháp do vênh: $\sigma_\omega = E \cdot W_{no} \cdot \theta''$

Ở giữa nhịp:

$$\sigma_\omega = 2,1 \cdot 10^6 \cdot 360 \cdot (-0,3) \cdot \frac{-7,04 \cdot 10^{-4}}{277} = 576,6$$

Ở gối tựa: $\sigma_\omega = 2,1 \cdot 10^6 \cdot 360 \cdot 0 = 0$

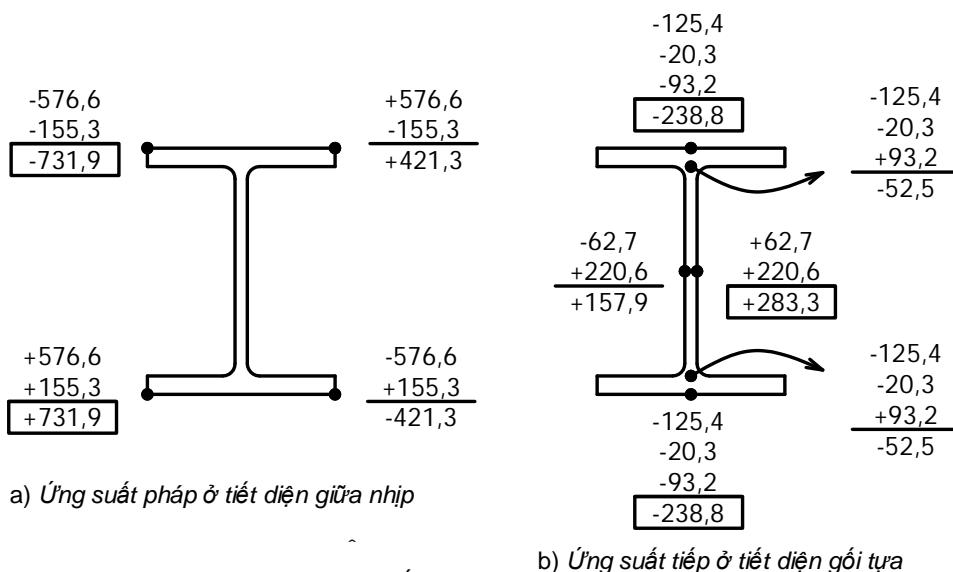
Bước 4: Tính các ứng suất tổng

Việc tính toán các ứng suất tổng được thể hiện trong bảng 2.

Bảng 2. Các ứng suất tổng

Vị trí		σ_ω	σ_{bx}	f_{tn}	τ_t	τ_ω	τ_b	f_w
Giữa nhịp	Cánh	$\pm 576,6$	$\pm 155,3$	$\pm 731,9$	0	-26,0	$\pm 93,2$	-119,2
	Bụng	-	-	-	0	-	+220,6	+220,6
Gối trái	Cánh	0	0		-125,4	-20,3	$\pm 93,2$	-238,9
	Bụng	-	-		$\pm 62,7$	-	+220,6	+283,3
Cực đại				$\pm 731,9$				+283,3

Tổng hợp ứng suất và các điểm có ứng suất pháp, ứng suất tiếp lớn nhất được minh họa bằng hình 6.



Hình 6. Giá trị ứng suất

Bước 5: Tính góc xoắn lớn nhất

Theo biểu đồ ở phụ lục B thì góc xoắn lớn nhất ở giữa nhịp ($z/l = 0,5$):

$$\theta = 0,0375 \cdot \frac{T_u \cdot l}{G \cdot J} = 0,0375 \cdot 7,04 \cdot 10^{-4} \cdot 400 = 0,0106 \text{ rad.}$$

Bước 6: Kiểm tra bền

Bền do ứng suất pháp: $f_{un} = 731,9 < \varphi F_y = 0,9 \cdot 2300 = 2070 \rightarrow$ Đảm bảo.

Bền do ứng suất tiếp: $f_{uv} = 283,3 < \varphi \cdot 0,6 \cdot F_y = 0,9 \cdot 0,6 \cdot 2300 = 1242 \rightarrow$ Đảm bảo.

5. Nhận xét

Theo tiêu chuẩn Việt Nam [4] hiện chưa có chỉ dẫn cụ thể cho việc tính toán dầm chịu xoắn, do vậy việc giới thiệu quy trình tính toán dầm chịu xoắn theo quy phạm Mỹ AISC là cần thiết và có ý nghĩa thực tế trong công tác thiết kế công trình thép.

Bài báo đã tóm tắt lý thuyết tính toán dầm chịu xoắn, trình bày các bước tính toán và kiểm tra dầm chịu xoắn đồng thời đã thực hiện một thí dụ tính toán cụ thể.

Bằng cách dùng biểu đồ lập sẵn, việc tính xoắn dầm thép tiết diện chữ H là đơn giản, thuận tiện và

không mất nhiều thời gian. Điều này đặc biệt thuận lợi cho các kỹ sư thiết kế kết cấu. Kết quả tính phản ánh đúng sự làm việc của dầm khi chịu xoắn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. AISC, "Steel Design Guide 9 – Torsional Analysis of Structural Steel Members, 2nd Edition", AISC Publishers, 2003.
2. American Institute of Steel Construction, Inc "Specification for Structural Steel Buildings", American Society of Civil Engineers, 2010.
3. American Institute of Steel Construction, Inc "Steel Construction Manual", American Society of Civil Engineers, ISBN:978-0-7844-1171-1, 2011.
4. TCVN 5575:2012, Kết cấu thép - Tiêu chuẩn thiết kế.

Ngày nhận bài: 10/01/2015.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 6/02/2015.