

# TÍNH TOÁN KHUNG THÉP CÓ LIÊN KẾT NỬA CỨNG THEO MÔ HÌNH ĐÀN - DẸO

ThS. **NGUYỄN QUỐC HÙNG**  
Công ty kiểm định Sài Gòn  
PGS. TS. **NGUYỄN TIẾN CHƯƠNG**  
Viện KHCN Xây dựng

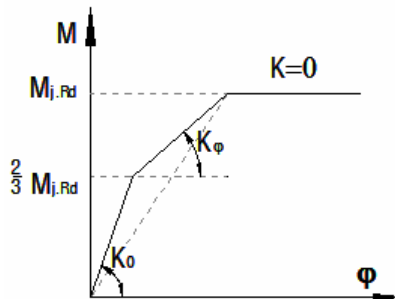
## 1. Mở đầu

Đặc điểm ứng xử của liên kết nửa cứng được mô tả theo nhiều dạng khác nhau: Mô hình ứng xử tuyến tính, mô hình ứng xử cứng - dẻo, mô hình ứng xử đàn dẻo,.. Bên cạnh đó, cũng có nhiều mô hình toán học được áp dụng như: mô hình hai đường thẳng, ba đường thẳng, mô hình chuỗi, mô hình hàm lũy thừa, mô hình hàm đa thức... Trong số đó, có một số mô hình phổ biến nhất như mô hình đa thức Frye - Morris, mô hình lũy thừa của Kishi và Chen và mô hình ba đường thẳng của EC3. Đặc tính của các mô hình được xem xét trong các tài liệu [1-7].

Mô hình ứng xử liên kết theo EC3 được chia ra hai trường hợp là khung có giằng và khung không có giằng. Bài báo này chỉ xét ảnh hưởng của liên kết nửa cứng theo mô hình EC3 trong trường hợp khung không có giằng. Mô hình EC3 gồm ba đoạn thẳng chính, đoạn thẳng thứ nhất có hệ số góc

theo độ cứng liên kết ban đầu  $K_0$ , đoạn thẳng thứ hai có độ cứng liên kết bằng  $K_\varphi = \frac{K_0}{3(1.5^\xi - \frac{2}{3})}$ .

Đoạn thẳng thứ ba có dạng nằm ngang, tương ứng độ cứng liên kết bằng không.



Hình 1. Ứng xử mô men góc xoay

Giá trị  $\xi$  phụ thuộc vào đặc điểm của liên kết, chẳng hạn ứng với kiểu liên kết bu lông có hai thép góc liên kết ở gối trên và gối dưới dầm thì  $\xi=3,1$  và  $\xi=2,7$  khi có thêm hai thép góc liên kết ở bản bụng [2].

Mỗi loại liên kết sẽ có một mômen trở kháng  $M_{i,Rd}$  khác nhau. Phương pháp tổ hợp các bộ phận (component method) được dùng để tính giá trị độ cứng ban đầu và mô men dẻo của liên kết. Việc thực hiện theo phương pháp này sẽ qua các bước tính toán cơ bản như sau:

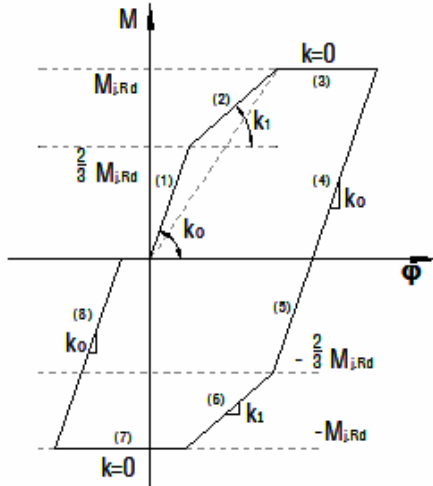
- Liệt kê tất cả các bộ phận cấu thành nút liên kết dầm - cột cần xem xét.
- Đánh giá quan hệ giữa lực và chuyển vị cho tất cả các bộ phận.
- Tổ hợp các bộ phận để đánh giá độ cứng liên kết ban đầu và mô men dẻo của cả liên kết.

## 2. Ma trận độ cứng phần tử dầm có liên kết nửa cứng

Xem xét phần tử dầm có chiều dài  $L$  với các liên kết nửa cứng như hình 2, ở đây  $x_i^p$  là góc xoay của điểm mút thanh,  $x_i^c$  là góc xoay của liên kết so với thanh và  $x_i$  là tổng góc xoay tại nút khung.



Xét trường hợp kết cấu chịu tải trọng với quy luật tăng tải và giảm tải đơn giản. Khi tải trọng thay đổi làm cho góc xoay tại liên kết tăng lên thì mômen tại tiết diện này thay đổi theo quy luật như trên hình 1 (mô hình EC3). Nếu tải trọng thay đổi làm cho góc xoay giảm xuống thì mômen tại tiết diện cũng giảm xuống theo quy luật như được thể hiện trên hình 3. Trong bài báo này sử dụng mô hình ứng xử như được thể hiện trên hình 3, không xét đến đến sự trượt cũng như sự suy giảm độ cứng của liên kết sau các vòng lặp trễ.



**Hình 3.** Ứng xử mômen - góc xoay khi tải trọng thay đổi

Độ cứng liên kết thay đổi theo 3 trị số độ cứng là  $k_0, k_\phi, 0$  tương ứng với các đoạn thẳng sau:

*Đoạn thẳng (1), (5):*

$$\text{Khi } -\frac{2}{3}M_{j,Rd} \leq M \leq \frac{2}{3}M_{j,Rd} \text{ thì độ cứng liên kết } k_i = k_0. \quad (i)$$

*Đoạn thẳng (2), (6):*

$$\text{Khi } -M_{j,Rd} < M < -\frac{2}{3}M_{j,Rd}; \frac{2}{3}M_{j,Rd} < M < M_{j,Rd} \quad (ii)$$

thì độ cứng liên kết  $k_i = k_\phi$ .

*Đoạn thẳng (3), (7):*

$$\text{Khi } M \leq -M_{j,Rd}; M \geq M_{j,Rd} \quad (iii)$$

thì độ cứng liên kết  $k_i = 0$ .

*Đoạn thẳng (4), (8)* thể hiện giai đoạn chuyển tiếp giữa hai trạng thái tăng và giảm mômen của liên kết tương ứng. Độ cứng của liên kết  $k_i = k_0$  (iv)

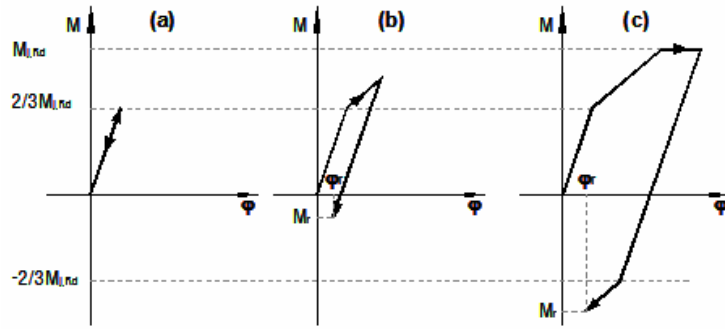
*Đoạn thẳng (3), (7)* ứng với trạng thái chảy dẻo, khi đó mômen liên kết đạt đến mômen dẻo cực hạn, độ cứng liên kết bằng không  $k=0$ . Liên hệ lại các công thức (04) và (05), khi  $k_i=0$  suy ra  $R_i=0$  và  $P_i=0$ , đồng thời các giá trị  $B_{11}=B_{12}=B_{22}=0$ , tuy nhiên khi thay vào (1) thì định thức ma trận  $\bar{K}$  vẫn không suy biến. Trong trường hợp này, khi tải trọng tiếp tục tăng thì giá trị góc xoay liên kết sẽ vẫn tăng, trong khi giá trị mômen là không đổi và bằng với  $M_{j,Rd}$ .

Tùy thuộc vào độ lớn của tải trọng có thể xảy ra các trường hợp sau đây:

a. *Trường hợp liên kết làm việc trong trạng thái đàn hồi (hình 4a).* Trong trường hợp này liên kết được xem như là liên kết đàn hồi, có độ cứng chống uốn không đổi;

b. *Trường hợp liên kết đạt đến trạng thái đàn - dẻo (hình 4b).* Trong trường hợp này cần xét đến biến dạng dư sau khi dỡ tải. Khi góc xoay giảm thì quan hệ giữa mômen và góc xoay là quan hệ tuyến tính. Độ cứng của liên kết khi góc xoay giảm bằng độ cứng đàn hồi ban đầu.

c. Trường hợp liên kết đạt đến trạng thái chảy dẻo (hình 4c). Trong trường hợp này ứng xử của liên kết khi tải trọng thay đổi trở nên phức tạp. Quy luật ứng xử được thể hiện bằng các chu trình như trên hình 4c.



Hình 4. Quan hệ giữa độ lớn tải trọng và ứng xử mômen - góc xoay liên kết

#### 4. Phương pháp tính toán

Véc tơ tải trọng tổng thể là một tập hợp các véc tơ tải trọng thành phần  $p_i$  được gọi là bước tải:  $\{P\}=\{p_i\}$  với  $i=1 \div (m-1)$ , trong đó  $m$  là tổng số bước tải. Một bước tải được định nghĩa là có cùng qui luật phân bố tải trọng, hai bước tải khác nhau trái dấu nhau được gọi là gia tải và dỡ tải.

Mỗi bước tải được chia thành  $n$  bước gia tải ( $p_i=n\Delta p_i$ ), số bước gia tải  $n$  được lựa chọn để đảm bảo sai số cho phép ( $\approx 10^{-3}$ ) khi thực hiện bắt dính các điểm gẫy trên đường cong quan hệ mô men - góc xoay. Việc này thường kéo dài thời gian phân tích bài toán, tuy nhiên thủ tục phân tích là đơn giản và đạt độ chính xác yêu cầu.

Giải phương trình cân bằng  $[K] [\Delta u_i] = [\Delta p_i]$  để tìm véc tơ chuyển vị nút  $\Delta u_i$ . Số gia mô men tại các nút liên kết  $\Delta M_i = [T^T][k_e][T] \times [\Delta u_i]$ , trong đó  $[k_e]$  là ma trận độ cứng phần tử được tính theo các công thức ở mục (2) có kể đến ảnh hưởng của liên kết nửa cứng thông qua giá trị độ cứng  $k_i$ . Giá trị mô men nút liên kết sẽ được tính lũy tiến qua các bước gia tải theo công thức:  $M_i = M_{i-1} + \sum_{j=1}^n \Delta M_j$  và giá trị

góc xoay nút liên kết  $R_{o_i} = R_{o_{i-1}} + \sum_{j=1}^n \Delta u_j$ . Trong đó,  $M_{i-1}$  và  $R_{o_{i-1}}$  là giá trị mô men và góc xoay liên kết ở bước tải  $(i-1)$ . Do sự ngược dấu ở các bước tải khác nhau sẽ dẫn đến hiện tượng tăng hoặc giảm độ lớn giá trị mô men và góc xoay của liên kết.

Giá trị mô men liên kết  $M_i$  và giá trị độ cứng liên kết  $k_i$  sẽ luôn luôn được kiểm tra và cập nhật theo 3 trường hợp sau:

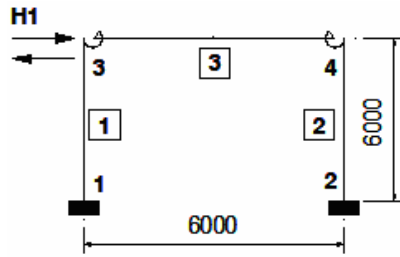
Trường hợp 1: trạng thái làm việc đàn hồi của liên kết: khi  $|M_i| \leq \frac{2}{3} M_{j,Rd}$  thì giá trị độ cứng liên kết  $k_i = k_0$ .

Trường hợp 2: trạng thái làm việc đàn - dẻo của liên kết: khi  $|M_i| > \frac{2}{3} M_{j,Rd}$  và  $|M_i| \leq M_{j,Rd}$  thì giá trị độ cứng liên kết  $k_i = k_0/\xi$  trong đó  $\xi$  được chọn theo mục (1) trên đây.

Trường hợp 3: trạng thái làm việc chảy dẻo của liên kết: khi  $|M_i| > M_{j,Rd}$  thì giá trị độ cứng liên kết  $k_i = 0$ .

#### 5. Sự làm việc của kết cấu trong một số trường hợp tải trọng

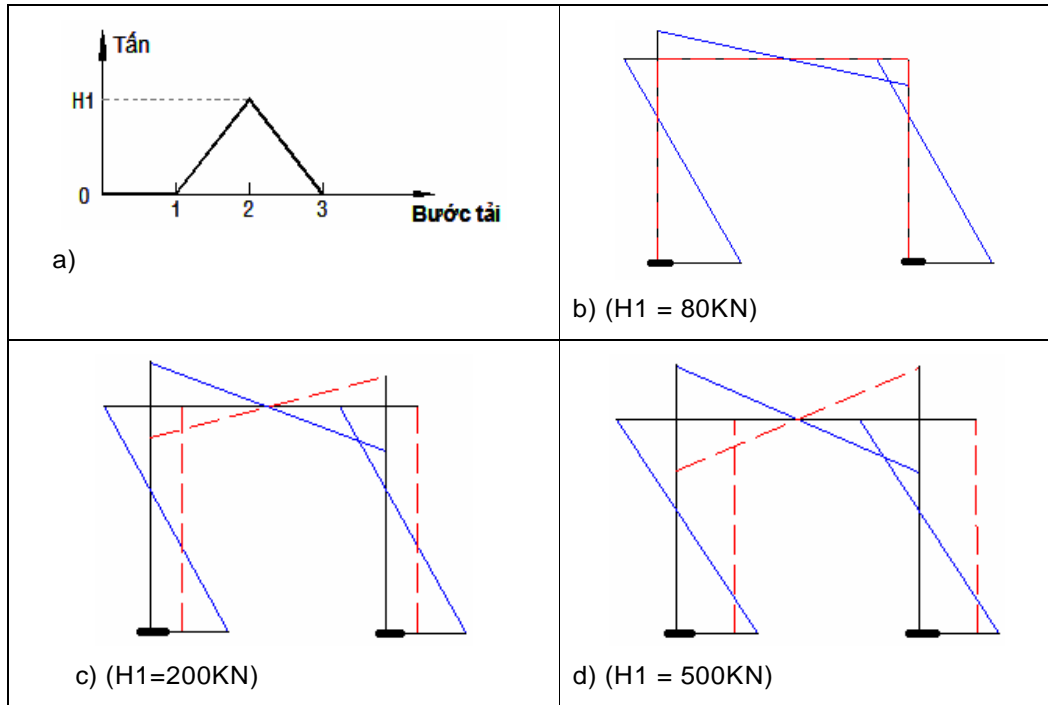
Khung thép phẳng 1 tầng, 1 nhịp (hình 5). Liên kết cứng tại chân cột, liên kết hai đầu dầm vào cột là kiểu liên kết nửa cứng có 2 thép góc ở gối trên và gối dưới dầm và có 2 thép góc liên kết ở bụng dầm. Quan hệ ứng xử theo mô hình Eurocode 3 với giá trị độ cứng liên kết ban đầu là 11052kN x m/rad và mômen trở kháng của liên kết là  $M_{i,Rd} = 37,87\text{kNm}$ . Thép có modun đàn hồi là:  $E = 2.0\text{e}+8$  (KN/m<sup>2</sup>).



Hình 5. Sơ đồ khung thép có liên kết nửa cứng

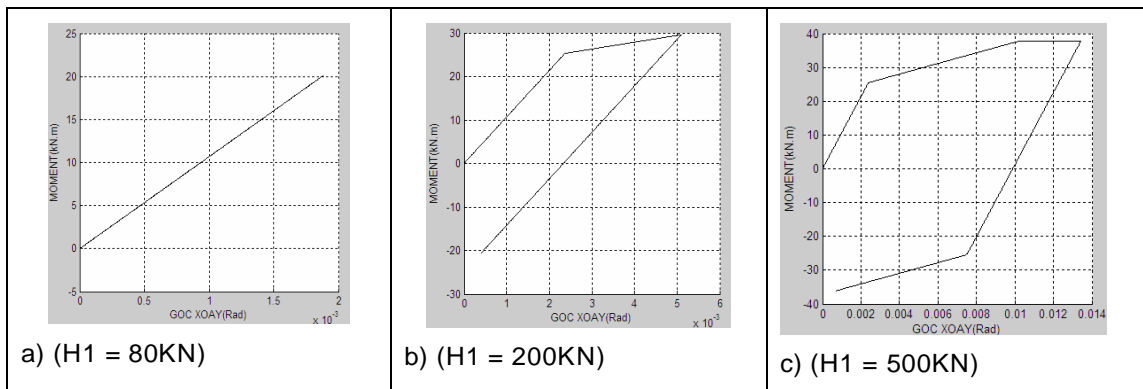
**5.1. Trường hợp gia tải và giảm tải một lần**

Tiến hành tính toán kết cấu chịu tác dụng của tải trọng có quy luật thay đổi (hình 5a) và có giá trị lần lượt là  $H1 = 80\text{KN}$ ,  $H1 = 200\text{KN}$  và  $H1 = 500\text{KN}$ . Kết quả tính toán mômen uốn trong khung lần lượt được thể hiện trên các hình 6b, 6c và 6d. Ba trường hợp tải trọng này làm cho liên kết giữa dầm và cột làm việc tương ứng với các trường hợp được thể hiện trên hình 4. Kết quả tính toán mômen và góc xoay tại nút 3 được thể hiện qua mối quan hệ giữa các đại lượng này (hình 7a, 7b và 7c).



Ghi chú: Nét liền là biểu đồ mômen sau khi gia tải; nét đứt là biểu đồ sau khi dỡ tải.

Hình 6. Quy luật tải trọng và các biểu đồ mômen trong trường hợp 5.1



Hình 7. Quan hệ mômen - góc xoay tại nút 3

Kết quả tính toán trong trường hợp này cho thấy rằng:

- Khi tải trọng có giá trị nhỏ, các liên kết cũng như toàn kết cấu làm việc trong giai đoạn đàn hồi. Sau khi dỡ tải, kết cấu trở về trạng thái ban đầu (trạng thái không chịu tải).

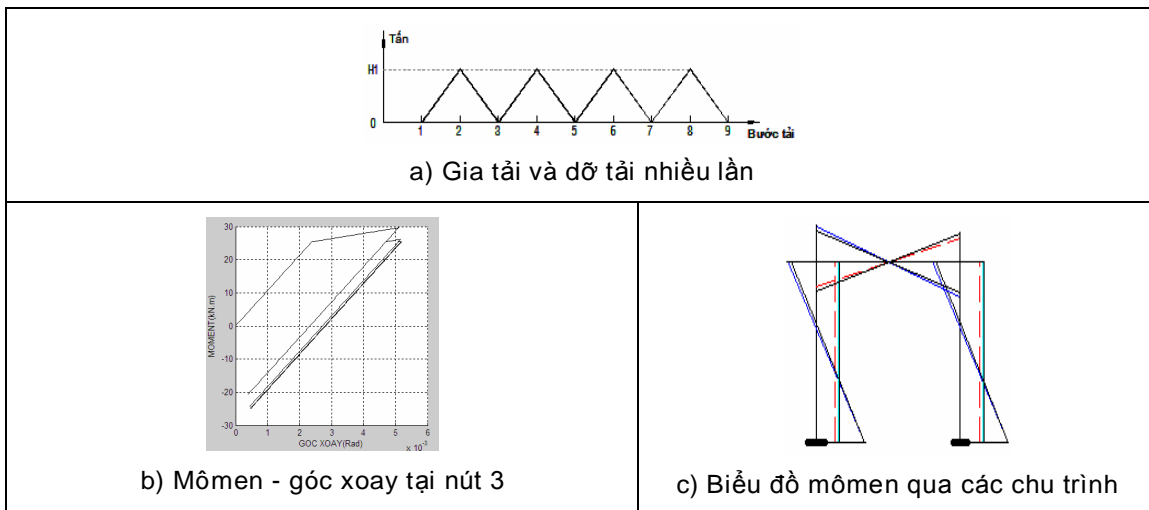
- Khi tải trọng có giá trị tương đối lớn làm cho liên kết vượt quá giai đoạn đàn hồi ( $|M_i| \geq \frac{2}{3} M_{j,Rd}$ ).

Độ cứng của liên kết bị giảm xuống. Nếu tăng tải trọng thì biến dạng của kết cấu tăng nhanh hơn. Nếu giảm tải trọng thì liên kết trở lại làm việc với độ cứng ban đầu (hình 3, 4). Khi tải trọng được dỡ hoàn toàn thì trong kết cấu vẫn tồn tại trạng thái biến dạng và ứng suất. Các biến dạng và ứng suất này được gọi tương ứng là biến dạng dư và ứng suất dư. Nguyên nhân tồn tại trạng thái biến dạng và ứng suất này là do khi vượt quá trạng thái đàn hồi trong liên kết xuất hiện thành phần biến dạng dẻo. Kết quả tính toán cho thấy độ lớn của biến dạng dư trong kết cấu bé hơn biến dạng dẻo khi kết cấu chịu tải. Nguyên nhân sự sai khác này là do tác dụng của các ứng suất dư làm cho kết cấu bị biến dạng theo chiều ngược lại so với biến dạng khi kết cấu chịu tải. Khi tải trọng tăng lên thì biến dạng dư và ứng suất dư cũng tăng lên. Tải trọng tăng đến một mức nào đó thì sau khi dỡ tải biến dạng dư có thể đạt đến giá trị lớn làm cho liên kết nằm trong trạng thái đàn - dẻo hoặc chảy dẻo.

Từ kết quả tính toán có thể rút ra kết luận: khi các liên kết đạt trạng thái ngoài giới hạn đàn hồi thì sau khi dỡ tải trong kết cấu vẫn tồn tại biến dạng dư và ứng suất dư.

### 5.2. Trường hợp gia tải và dỡ tải nhiều lần

Tiến hành tính toán cho trường hợp  $H1 = 200\text{KN}$ , nhưng tải trọng được đặt lên kết cấu và dỡ đi nhiều lần (hình 8a). Kết quả tính toán được thể hiện trên hình 8b và 8c. Trên hình 8b là quan hệ mômen - góc xoay tại nút 3 theo từng bước gia tải và giảm tải. Trên hình 8c là biểu đồ mômen qua các chu trình tải trọng.



Ghi chú: Nét liền là biểu đồ mômen sau khi gia tải; nét đứt là biểu đồ sau khi dỡ tải.

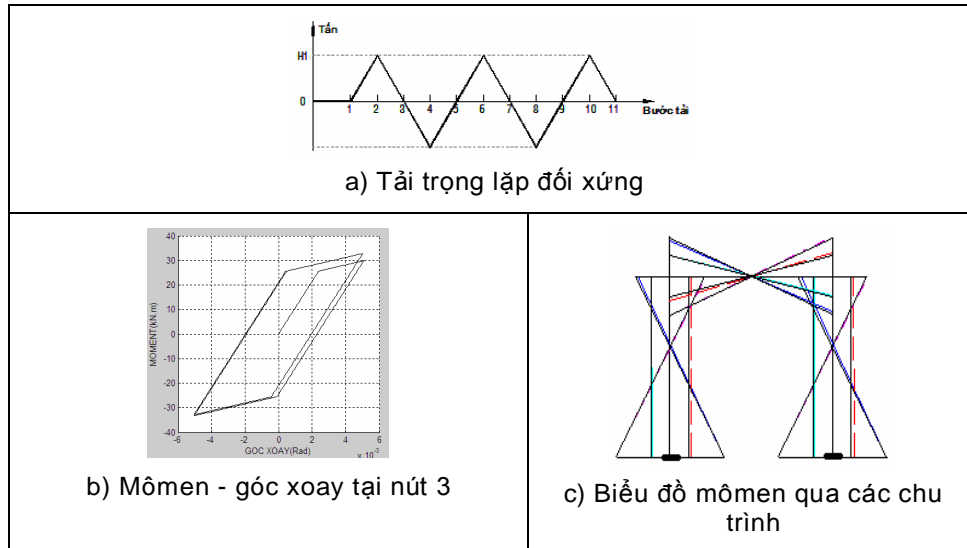
**Hình 8.** Quy luật tải trọng và kết quả tính trường hợp 5.2

Kết quả tính toán cho thấy biến dạng dư và ứng suất dư trong kết cấu tồn tại sau các lần gia tải và dỡ tải. Sau các lần gia tải và dỡ tải thì biến dạng dư được tích lũy dần, tăng lên sau mỗi chu kỳ gia tải và giảm tải tương tự, ứng suất dư (ở đây được thể hiện bằng mômen dư) cũng có xu hướng được tích lũy và tăng dần lên sau mỗi chu kỳ gia tải và dỡ tải. Trong khi đó, giá trị mômen tại nút 3 khi kết cấu chịu tải trọng có xu hướng giảm dần (hình 8b).

Như vậy, trường hợp kết cấu chịu tác dụng của tải trọng với quy luật gia tải và dỡ tải nhiều lần, khi các liên kết đạt trạng thái vượt quá giới hạn đàn hồi thì sau mỗi chu kỳ gia tải và dỡ tải các biến dạng dư và ứng suất dư trong kết cấu có xu thế được tích lũy tăng dần, trong khi đó mômen tại liên kết do tải trọng gây ra có xu thế giảm dần.

### 5.3. Trường hợp tải trọng lặp đối xứng

Tải trọng lặp đối xứng được thể hiện trên hình 9a. Tiến hành tính toán cho trường hợp  $H1 = 200\text{KN}$ . Kết quả tính toán được thể hiện trên hình 9b và 9c. Trên hình 9b là quan hệ mômen - góc xoay tại nút 3 theo từng bước gia tải và giảm tải. Trên hình 9c là biểu đồ mômen qua các chu trình lặp của tải trọng.



Ghi chú: Nét liền là biểu đồ mômen sau khi gia tải; nét đứt là biểu đồ sau khi dỡ tải.

**Hình 9. Quy luật tải trọng và kết quả tính trường hợp 5.3**

Kết quả tính toán cho thấy rằng cũng như trong trường hợp gia tải và dỡ tải nhiều lần, ở trường hợp này biến dạng dư và ứng suất dư được tích lũy và có xu thế tăng dần lên sau mỗi chu trình tải trọng. Ngoài ra, so với trường hợp gia tải và dỡ tải nhiều lần thì ở đây sự làm việc của kết cấu còn có những đặc tính riêng, đó là:

- Quy luật ứng xử mômen - góc xoay tại liên kết khi tải trọng thay đổi có dạng như trên hình 9b.
- Biến dạng dư và ứng suất dư có thể bị đảo dấu phụ thuộc vào điểm dừng của quy luật tải trọng.

## 6. Kết luận

Bài báo đã xem xét bài toán tính khung thép có liên kết nửa cứng phi tuyến theo mô hình đàn - dẻo, đã tính toán một số trường hợp khung chịu tải trọng với các quy luật gia tải và dỡ tải thường gặp. Kết quả phân tích cho thấy khi các liên kết làm việc vượt quá giới hạn đàn hồi thì sự làm việc của kết cấu chịu tải trọng thay đổi có những đặc điểm riêng biệt, đặc biệt là sự làm việc của các liên kết, sự tích lũy biến dạng dư và ứng suất dư trong kết cấu sau các chu trình gia tải và dỡ tải cũng như khi kết cấu chịu tải trọng lặp.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. N. Kishi and W.F.Chen. CE-STR-87-29, Moment- rotation relations of semi-rigid connections, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, In 47907, Sep tember 25, 1987.
2. C. Faella, V. Piluso, G. Rizzano. Structural Steel Semi-rigid Connections Theory, Design and Software. CRC Press 2000, Boca Raton - London - New York - Washington, D.C.
3. W.F Chen, E.M Lui. Stability design of steel frames. CRC Press 2000, Boca Raton - Ann Arbor - Boston - London.
4. Ali Ugur Ozturk and Mutlu Secer. An Investigation For Semi-Rigid Frames By Different Connections Models. Department of Civil Engineering, Dokuz Eylul University, Izmir, Turkey.

5. Ali AHMED, Norimitsu KISHI, Ken-ichi MATSUOKA, and Masato KOMURO. Nonlinear Analysis on Prying of Top - and Seat-Angle Connections, *Journal of Applied Mechanics Vol. 4, pp. 227-336 (August 2001)*.
6. Clinton O. Rex, and Arvind V. Goverdhan. Design And Behavior Of A Real PR Building, *Ph.D, Stanley D. Linsey and Associates Ltd., 2300 Windy Ridge Pkwy; Suite 200 South Atlanta, Georgia 30339, U.S.A, 2005*.
7. Luis CALADO and Elena MELE. Cyclic Behavior of Steel Beam-To-Column Joints: Governing Parameters of Welded and Bolted Connections, *DECivil, Instituto Superior Tecnico, Lisbon, Portugal and DAPS, Universitas degli Studi di Napoli 'Federico II', Naples, Italy, 2003*.
8. Nguyễn Quốc Hùng, Nguyễn Tiến Chương. Tính toán khung thép có liên kết nửa cứng phi tuyến. *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, số 3/2007*.