

XÂY DỰNG CÔNG THỨC NỘI SUY DỊ THƯỜNG ĐỘ CAO TRONG HỆ TỌA ĐỘ VUÔNG GÓC KHÔNG GIẢN ĐỊA DIỆN CHÂN TRỜI ĐỊA PHƯƠNG

ThS. **NGUYỄN XUÂN HÒA**
Đại học Đồng Tế - Thượng Hải
ThS. **LÊ VĂN HÙNG**
Viện KHCN Xây dựng

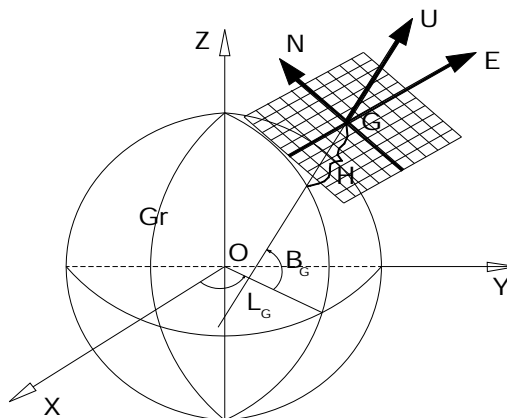
Tóm tắt: Khi thiết lập hệ tọa độ địa diện cho một công trình, ngoài việc đo nối tọa độ quốc gia (VN-2000) vào điểm gốc của hệ địa diện, còn cần phải dẫn độ cao thủy chuẩn theo phương pháp đo cao hình học đến một số điểm của lưới GPS để xác định dị thường độ cao làm cơ sở xây dựng công thức nội suy dị thường độ cao. Đối với một khu vực có diện tích không quá lớn, địa hình tương đối bằng phẳng, có thể sử dụng hàm song tuyến để nội suy dị thường độ cao theo các điểm song trùng.

Từ khóa: Hệ tọa độ vuông góc không gian địa diện chân trời địa phương gọi tắt là hệ tọa độ địa diện; GPS: Global Positioning Systems.

1. Đặt vấn đề

Trong mạng lưới GPS thường có một số điểm được đo nối (bằng thủy chuẩn hình học) với điểm độ cao quốc gia. Như vậy tại các điểm đó sẽ có 2 giá trị độ cao là độ cao trắc địa (H) xác định nhờ đo GPS và độ cao thủy chuẩn (h), các điểm này được gọi là các điểm song trùng. Dựa vào các điểm song trùng có thể nắm bắt được quy luật biến đổi của dị thường độ cao, nhờ đó sẽ xác định được dị thường độ cao cho các điểm GPS khác theo thuật toán nội suy phù hợp. Đối với một khu vực sử dụng hệ tọa độ địa diện có diện tích không quá lớn (diện tích lớn nhất S_{max} khoảng $\pi \cdot 9_{km}^2 \approx 254km^2$ [4]), địa hình tương đối bằng phẳng, chúng ta có thể xây dựng mô hình toán song tuyến để nội suy dị thường độ cao ζ cho mọi điểm đo trên khu vực sử dụng hệ tọa độ địa diện (hình 1). Thông thường, trên một phạm vi không lớn, sự biến đổi của dị thường độ cao thường là đơn điệu, có quy luật gần với dạng hàm tuyến tính hoặc dạng hàm đa thức bậc hai.

Để thiết lập được công thức nội suy dị thường độ cao cần phải có một số lượng điểm song trùng phân bố tương đối đều trên khu đo. Nếu như số lượng điểm song trùng không ít hơn 3 điểm chúng ta có thể xây dựng công thức nội suy dạng hàm song tuyến của tọa độ địa diện (N, E). Nếu số lượng điểm song trùng không ít hơn 6 chúng ta có thể xây dựng công thức nội suy dạng hàm song bình phương của tọa độ địa diện [1].



Hình 1. Hệ tọa độ địa diện chân trời

Sau đây là phương pháp thiết lập công thức nội suy dị thường độ cao trong hệ tọa độ địa diện.

2. Công thức nội suy theo thuật toán song tuyến

Nếu trên khu vực công trình có ít nhất 3 điểm song trùng không thẳng hàng, trên đó xác định được độ cao trắc địa bằng công nghệ GPS và xác định độ cao thủy chuẩn bằng đo cao hình học, thì sẽ thiết lập được công thức nội suy dị thường độ cao như sau [6,7]:

Với điểm song trùng thứ i , ta xác định được dị thường độ cao ζ_i (gọi là dị thường độ cao GPS/thủy chuẩn):

$$\zeta_i = H_i - h_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

Dị thường độ cao được biểu diễn dưới dạng hàm song tuyến của tọa độ vuông góc N_i, E_i của hệ địa diện như sau:

$$\zeta_i = c + a.N_i + b.E_i \quad (2)$$

trong đó a, b, c là 3 tham số cần xác định.

Từ (1) và (2) ta lập được các phương trình số hiệu chỉnh:

$$v_i = c + a.N_i + b.E_i - \zeta_i \quad (3)$$

Hoặc viết ở dạng ma trận:

$$V = A.X - L \quad (4)$$

trong đó:

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & N_1 & E_1 \\ 1 & N_2 & E_2 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} c \\ a \\ b \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \dots \end{bmatrix} \quad (5)$$

Các tham số a, b, c được xác định:

$$X = \begin{bmatrix} c \\ a \\ b \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} . A^T L \quad (6)$$

Sai số trung phương đơn vị trọng số của kết quả tính sẽ là:

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{n-3}} \quad (7)$$

Với các tham số a, b, c đã xác định được, dị thường độ cao của điểm cần nội suy k có tọa độ địa diện là N_k, E_k sẽ được ước lượng theo công thức:

$$\zeta_k = c + a.N_k + b.E_k \quad (8)$$

Sai số trung phương của giá trị nội suy được tính:

$$m_{N(k)} = \mu \sqrt{Q_k} \quad (9)$$

Với: $Q_k = F_k^T Q F_k$ (10)

Trong đó Q là ma trận hiệp trọng số đảo của các ẩn số, được xác định theo công thức:

$$Q = (A^T A)^{-1} \quad (11)$$

và véc tơ hàm trọng số được tính:

$$F_k^T = [1 \quad N_k \quad E_k] \quad (12)$$

3. Công thức nội suy theo thuật toán song bình phương

Chúng ta có thể thiết lập công thức nội suy dị thường độ cao theo thuật toán song bình phương còn gọi là thuật toán trùng phương. Công thức nội suy dị thường độ cao là hàm của tọa độ trong hệ địa diện có dạng như sau:

$$\zeta_i = a_0 + a_1 N_i + a_2 E_i + a_3 N_i^2 + a_4 E_i^2 + a_5 N_i E_i \quad (13)$$

trong đó các tham số $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ cần được xác định.

Để xác định được 6 tham số trên, ít nhất phải có 6 điểm song trùng. Trong trường hợp số điểm song trùng lớn hơn 6, các tham số đó được xác định theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất. Trong trường hợp này các phương trình số hiệu chỉnh có dạng:

$$v_i = a_0 + a_1 N_i + a_2 E_i + a_3 N_i^2 + a_4 E_i^2 + a_5 N_i E_i - \zeta_i \quad (14)$$

trong đó ζ_i được tính theo công thức (1).

Tiếp theo là lập và giải hệ phương trình chuẩn để xác định 6 tham số $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$. Từ đó có thể nội suy dị thường độ cao ζ_k cho điểm k bất kỳ nằm trong vùng xét nếu biết tọa độ trong hệ địa diện của điểm đó là N_k, E_k . Trong trường hợp này công thức tính sai số trung phương đơn vị trọng số sẽ là:

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-6}} \quad (15)$$

trong đó n là số lượng điểm song trùng.

Việc đánh giá độ chính xác giá trị dị thường độ cao nội suy tại điểm k là ζ_k cũng được thực hiện tương tự như các công thức đã nêu ở phần trước. Chỉ khác là ma trận hiệp trọng số đảo Q là ma trận có kích thước 6x6 và véc tơ hàm trọng số có dạng:

$$F_k^T = [1 \quad N_k \quad E_k \quad N_k^2 \quad E_k^2 \quad N_k E_k] \quad (16)$$

Trong trường hợp không có điểm song trùng sẽ không thể thiết lập được công thức nội suy dị thường độ cao. Lúc này chỉ có thể xác định dị thường độ cao dựa vào mô hình Geoid đã có như mô hình Geoid địa phương hoặc mô hình Geoid toàn cầu EGM2008...

4. Ví dụ nội suy dị thường độ cao trong hệ tọa độ địa diện theo thuật toán song tuyến

Để tính toán thực nghiệm chúng tôi sử dụng số liệu đo GPS và thủy chuẩn lưới khống chế thi công dự án Phát triển cơ sở hạ tầng Khu công nghệ cao Hoà Lạc có diện tích trên 1000 ha tại Thạch Thất – TP. Hà Nội. Sử dụng máy thu tín hiệu vệ tinh Trimble 5800 để đo cho tất cả các điểm và sử dụng máy thủy bình độ chính xác cao NA2 dẫn thủy chuẩn hạng IV đến tất cả các điểm chưa có độ cao để kiểm tra.

Địa hình khu vực thi công dự án có chênh cao khá lớn, mạng lưới GPS có 04 điểm song trùng GPS108, GPS109, GPS110, GPS111 có tọa độ và độ cao hạng IV cho trong bảng 1.

Bảng 1. Số liệu gốc

Số hiệu điểm	Hệ tọa độ địa diện		Độ cao trắc địa H(m)	Độ cao thủy chuẩn h(m)	Ghi chú
	x(m)	y(m)			
GPS18	2323048.214	556104.507	12.219	13.747	*
GPS13	2323346.063	554398.195	13.405	14.902	*
104604	2325294.804	556828.236	11.928	13.415	*
II-315	2325100.954	555434.619	15.009	16.527	*
II-314	2322376.011	557410.754	15.498		Điểm mới
II-303	2323790.529	555838.728	13.250		Điểm mới
II-304	2323956.931	556048.164	13.214		Điểm mới

* Điểm song trùng

Dựa vào các số liệu trên nội suy dị thường độ cao ζ_i theo công thức (1). Dị thường độ cao được biểu diễn dưới dạng hàm song tuyến theo công thức (2) và lập phương trình số hiệu chỉnh theo công thức (5).

$$A = \begin{bmatrix} 1.000 & 2323048.214 & 556104.507 \\ 1.000 & 2323346.063 & 554398.195 \\ 1.000 & 2325294.804 & 556828.236 \\ 1.000 & 2325100.954 & 555434.619 \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} -1.528 \\ -1.497 \\ -1.487 \\ -1.518 \end{bmatrix}$$

Sau đó lập và giải hệ phương trình chuẩn theo công thức (6) ta được:

$$X = \begin{bmatrix} -18.386009745 \\ 0.000007940 \\ -0.000002837 \end{bmatrix}$$

Thay vào (2) ta có phương trình nội suy dị thường độ cao cho khu vực trên là:

$$\zeta_i = -18.386009745 + 0.000007940 \cdot x_i - 0.000002837 \cdot y_i$$

Thay tọa độ x_i, y_i từ bảng 1 vào phương trình nội suy dị thường độ cao ta tìm được dị thường độ cao của các điểm mới (bảng 2).

Bảng 2. Dị thường độ cao của các điểm mới

Tên	ζ_i (m)
II-314	-1.527
II-303	-1.511
II-304	-1.510

Tính sai số trung phương đơn vị trọng số theo công thức (7).

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-3}} = 0.000862 \text{ (m)}$$

Tính được độ cao thủy chuẩn của các điểm mới theo bảng 3.

Bảng 3. Độ cao thủy chuẩn của các điểm mới

Tên điểm căn xác định độ cao thủy chuẩn	$h_{\text{nội suy}} = H - N$ (m)	$h_{\text{đo thủy chuẩn}}$ (m)	Độ lệch (mm) $\Delta = h_{\text{nội suy}} - h_{\text{đo thủy chuẩn}}$
II-314	17.025	17.012	0.013
II-303	14.761	14.774	-0.013
II-304	14.724	14.742	-0.018

Bảng 4. Tuyến đo và sai số khép vòng

Tuyến đo: GPS13-> II-314 -> GPS13	
Chiều dài tuyến (S): (km)	3.264
Sai số khép tuyến: (m)	0.013
Sai số khép cho phép hạng IV(m): $[0.020 * \sqrt{L(km)}]$	0.036
Tuyến đo: 104604 -> II-304-> II-303 -> GPS13	
Chiều dài tuyến (S): (km)	3.194
Sai số khép tuyến: (m)	0.031
Sai số khép cho phép hạng IV(m): $[0.020 * \sqrt{L(km)}]$	0.036

5. Kết luận

Qua các công thức và phân tích ở trên cho thấy, hoàn toàn có thể sử dụng các công thức nội suy theo thuật toán song tuyến hoặc song bình phương để xác định độ cao trong hệ tọa độ địa diện.

Dựa vào kết quả đánh giá độ chính xác, kết quả đo dẫn thủy chuẩn hình học ngoài thực địa kiểm tra và so sánh với hạn sai cho phép ta thấy độ cao chuẩn nội suy dựa vào số liệu điểm song trùng GPS-thủy chuẩn hoàn toàn đạt được độ chính xác thủy chuẩn hạng IV nhà nước [5].

Trong trường hợp không có điểm song trùng để có thể xác định độ cao cần dựa vào mô hình Geoid đã có như mô hình Geoid địa phương hoặc mô hình Geoid toàn cầu EGM2008...

Khi tính lưới GPS để xác định độ cao trắc địa cho các điểm song trùng cần phải lấy độ cao trắc địa H_G tại điểm gốc (G) làm giá trị khởi tính. Theo cách tính này, sai số hệ thống của độ cao trắc địa H_G tại điểm gốc của hệ địa diện cũng sẽ không ảnh hưởng đến giá trị độ cao nội suy.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ĐẶNG NAM CHINH, ĐỖ NGỌC ĐUỜNG, Định vị vệ tinh. *Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2012.*
2. ĐẶNG NAM CHINH, Hệ quy chiếu trắc địa. *Bài giảng cao học ngành Trắc địa, ĐH Mỏ - Địa chất, Hà Nội, 2010.*
3. ĐẶNG NAM CHINH, Thiết lập mô hình Geoid cục bộ phục vụ công tác đo cao GPS trên vùng than Cẩm Phả - Quảng Ninh. *Tuyển tập báo cáo HNKH lần thứ 16 Đại học Mỏ - Địa chất, Hà Nội, 11-2004.*
4. ĐẶNG NAM CHINH, LÊ VĂN HÙNG, Xác định giới hạn sử dụng hệ tọa độ địa diện chân trời địa phương trong trắc địa công trình. *Tạp chí Khoa học kỹ thuật Mỏ - Địa chất, số 41, số chuyên đề Kỷ niệm 40 năm thành lập bộ môn Trắc địa cao cấp, Trường Đại học Mỏ địa chất, Hà Nội, 01-2013.*
5. Quy chuẩn kỹ thuật quốc gia về xây dựng lưới độ cao (2008) QCVN số 11 : 2008 của Bộ Tài nguyên môi trường.
6. JAN KRYNSKI, ADAMLYSZKOWICZ, Fitting gravimetric quasigeoid model to GPS/levelling data in Poland, *University of Warmia and Mazury, Institute of Geodesy and Cartography, 2006.*
7. KHALRUL A.ABDULLAH, Improving geoidal height estimates from global geopotential model using regression model and GPS data. *Buletin Geoinformasi. Jld. No3. ms112-118. 12/1997.*
8. C. KOTSAKIS, K.KATSAMBALOS, D. AMPATZIDIS, M. GIANNIOU. Evaluation of EGM08 using GPS and leveling heights in Greece.
9. External quality evaluation reports of EGM08, *Issue N^o 4, April 2009, International Association of Geodesy and International Gravity field service.*